ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 4 MAI 1914.

PRÉSIDENCE DE M. P. APPELL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la correspondance, M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Notre Académie est frappée au cœur. Lundi dernier, notre Secrétaire perpétuel van Tieghem faisait dire au Président que son état de santé l'empêchait de venir à la séance : mardi soir, il était mort.

Depuis une année, van Tieghem était gravement menacé : il le savait, mais il suivait sa route sans défaillance et il occupait régulièrement son poste : le lundi 20 avril, il fit encore le service entier de la séance, procès-verbal, dépouillement de la correspondance, scrutin public. Seuls, les membres du Bureau, ses voisins immédiats, étaient témoins de l'énergie cachée et de la volonté intense qu'il déployait, dans ces derniers temps, pour remplir exactement ses fonctions : dans l'Académie même et dans le public on ne pouvait se douter de cet effort.

Van Tieghem s'acquittait de ses devoirs de Secrétaire perpétuel avec l'intelligence la plus complète des rapports mutuels de toutes les parties de la Science, avec l'autorité que donnent l'élévation du caractère et tout un passé de belles découvertes, mais aussi avec une ponctualité, une bienveillance et une distinction naturelle que vous avez tous appréciées; observateur fidèle des règles et des usages, modeste et ferme, gardien de la courtoisie traditionnelle, silencieux et attentif à tous les incidents de la séance, il était pénétré de respect pour ses hautes fonctions, de considération pour la Compagnie qui l'y avait appelé. Ainsi qu'il l'a dit lui-même

le jour de son installation comme Secrétaire perpétuel, il a voulu être et il a été « le trait d'union, le ciment nécessaire entre les membres d'une Compagnie aussi différenciée que la nôtre, et qui doit, à cette grande diversité même, la puissance de rayonnement qu'elle exerce dans toutes les directions de la Science, aussi bien à l'étranger que dans notre patrie ».

Philippe van Tieghem naquit à Bailleul, le 19 avril 1839. Son père, Philippe-Dominique van Tieghem, était mort de la fièvre jaune, le 6 janvier 1839, à la Martinique, où il s'était rendu sur un bateau qu'il avait affrété pour le commerce des toiles. Sa mère, née Bubbe, ne put survivre à la douleur qui la frappait. Elle mourut peu d'années après la naissance de son fils Philippe qui était son sixième enfant. Le grand-père de notre confrère, Louis-Bernard-Dominique van Tieghem, né dans les Pays-Bas à Hondshoot, fut nommé, par Napoléon Ier, administrateur d'un des départements français formés alors en Hollande et rendit de grands services aux populations de cette région, auxquelles il cherchait à inspirer l'amour de la France. Ce grand-père, devenu français, rentra avec les armées impériales lorsqu'elles évacuèrent les départements bataves. Le Gouvernement de la Restauration lui donna le poste de receveur des douanes royales à Bailleul, où il se créa d'excellentes relations et où il maria son fils Philippe-Dominique.

Notre futur confrère, Philippe van Tieghem, orphelin dès son plus jeune âge, fut élevé, d'abord par son oncle et sa tante, Paul et Stéphanie Bubbe, et, plus tard, par ses sœurs. C'était, dans la petite ville natale, un milieu de vertus bourgeoises et rigides, que la maison de Paul Bubbe; on s'y montrait fermé aux sollicitations du dehors et même aux simples joies de la famille : le puritanisme y dominait. L'adolescence de Philippe van Tieghem s'écoula dans cette froide solitude, à l'écart des relations coutumières et de la tendresse expansive. Pour égayer la grise monotonie de sa vie, l'enfant n'avait guère que la bibliothèque de son père, ouverte à sa curiosité en éveil, et la sagesse des vieux livres l'inclina de bonne heure vers l'étude. Mis à l'école primaire, il devint l'élève préféré du directeur qui le fit admettre au collège de Bailleul, où il se distingua par de brillantes études : dès la classe de seconde, il obtint le diplôme de bachelier; on devine aisément quel lustre en rejaillit sur le collège et sur le collégien. C'était quelque chose, en 1856, que d'être bachelier. Envoyé ensuite comme boursier au lycée de Douai, pour se préparer à l'École Polytechnique, il fut poussé par ses maîtres à se présenter aussi à l'École Normale supérieure, qui avait exactement le même programme : il y fut reçu second, dès son premier concours, en 1858, à la suite d'études très fortes de Sciences mathématiques et physiques.

A l'École Normale, où l'éducation des élèves portait essentiellement sur ces mêmes parties des sciences, van Tieghem fut remarqué, comme un sujet exceptionnel, par ses maîtres Joseph Bertrand et Henri Sainte-Claire Deville. Devenu licencié ès sciences physiques et ès sciences mathématiques, il se spécialisa dans les Sciences physiques et fut reçu agrégé au concours de 1861. Il inaugura alors les fonctions d'agrégé préparateur, que Pasteur avait imaginées pour permettre à des sujets d'élite de rester, pendant deux ou trois ans, dans les Laboratoires de l'École Normale et de s'initier aux méthodes d'investigation scientifique. Il fut admis au laboratoire même de Pasteur, où il fit ses premiers travaux sur la fermentation ammoniacale; son Mémoire, cité comme fondamental dans tous les traités spéciaux, constitua en 1864 sa Thèse de doctorat ès sciences physiques. Pasteur, que ses propres travaux conduisaient peu à peu vers les sciences naturelles, fut frappé des services que pouvaient rendre, dans le développement et dans l'enseignement de ces sciences, des hommes ayant reçu une culture élevée en Mathématiques, en Physique et en Chimie : il poussa alors de jeunes normaliens dans cette voie, nouvelle pour l'époque. L'influence de Pasteur et celle de Decaisne déterminèrent la vocation de van Tieghem, en l'entraînant plus particulièrement vers la science des végétaux.

Van Tieghem a été ainsi le premier de ces naturalistes normaliens, dont il est devenu le type achevé, et qui ont exercé une si heureuse influence sur le progrès des sciences naturelles. Il se fit rapidement une place importante parmi les naturalistes, par un Mémoire sur l'anatomie des Aroïdées, qu'il présenta en 1866 comme thèse pour le doctorat ès sciences naturelles. « C'est, dit Duchartre, un travail considérable, dans lequel abondent les faits soigneusement observés et dont la portée est non seulement anatomique, mais encore physiologique. »

Ces trois branches de la Biologie générale : fermentations, anatomie, physiologie, qui apparaissent dans les premiers travaux de notre savant confrère, furent constamment cultivées par lui et forment la partie principale de son œuvre. Ses Mémoires, marqués au coin de la solide méthode pastorienne, sont rédigés avec une originalité de vues et une élégance d'exposition qui en font des modèles classiques. Je ne puis donner ici qu'un aperçu général sur l'ensemble de cette œuvre qui comprend plus de six cents publications diverses : je me limiterai aux travaux fondamentaux, à ceux qui ont ouvert des voies nouvelles dans la Science.

En ce qui concerne les fermentations, je dois citer l'étude morphologique

et chimique des bactéries et des champignons inférieurs, puis un Mémoire sur la fermentation gallique (1867), enfin une série de recherches sur les Mucorinées, d'après une nouvelle méthode, qui a amené les plus grands progrès dans les travaux sur les microorganismes, et qui est basée sur l'emploi de la *cellule van Tieghem*, petit cylindre de verre dans lequel on peut faire vivre en culture convenable un champignon ou une bactérie, pour étudier au microscope toutes les premières phases du développement à partir de la spore ou de l'œuf. A la suite de ces recherches sur les Mucorinées, le savant naturaliste fut conduit à étudier les cas les plus inextricables de l'évolution chez les champignons basidiomycètes et ascomycètes. Citons encore les belles expériences et les délicates observations sur l'agent de la fermentation butyrique, le *Bacillus Amylobacter*, l'un des organismes les plus répandus dans la nature, qui détruit, en les simplifiant, les corps organisés en décomposition : on sait que van Tieghem a retrouvé ce même bacille sur des coupes minces, pratiquées dans des concrétions silicifiées de l'époque carbonifère, montrant tous les détails de la structure du microbe admirablement conservés et prouvant ainsi que le mécanisme biologique des fermentations n'a pas changé depuis ces époques si reculées de l'histoire de la Terre.

La Thèse sur les Aroïdées fut le point de départ des études d'Anatomie, si nombreuses et si étendues, dans lesquelles van Tieghem a développé l'esprit de saine généralisation qu'il devait à l'étude approfondie des Mathématiques et qui lui a permis de découvrir les lois de symétrie dans la structure des organes des plantes. Il mit ainsi en évidence, pour les végétaux, un plan d'organisation, en quelque sorte comparable à celui des animaux, mais presque uniquement accessible par la voie de l'histologie. Il publia ensuite, sur l'anatomie comparée de la fleur, un grand Mémoire, illustré de nombreuses planches, dont l'Académie ordonna l'insertion au Recueil des savants étrangers; il y démontre que, dans tous les cas, la fleur est entièrement formée par un ensemble de feuilles modifiées. Deux Notes publiées en 1870, sur l'anatomie des *Santalacées* et de la fleur de Gui furent le point de départ d'un vaste ensemble de recherches sur les plantes parasites. C'est de là que dérivent les beaux travaux sur les *Thyméléacées* (1893) et sur les *Loranthacées* (1894). Ces recherches conduisirent van Tieghem à appliquer l'anatomie comparée à la classification des végétaux. Jusqu'alors, la classification était basée surtout sur les caractères extérieurs et principalement sur l'examen des fleurs et des fruits; van Tieghem, avec cette sorte de subtilité qui caractérise son talent d'anatomiste, sut déceler les caractères

les plus constants et les plus importants qui permettent de déterminer les familles, les genres et les espèces; de telle sorte qu'un observateur, en possession de ces caractères puisés dans tous les organes, peut actuellement déterminer une plante dont il ne possède qu'un petit fragment à l'état vivant, ou même à l'état fossile.

Les recherches physiologiques, dans lesquelles van Tieghem a fait preuve non seulement d'une remarquable précision expérimentale mais aussi d'un esprit d'invention très développé, se rattachent par divers côtés à ses autres travaux. Il a montré le premier que le grain de pollen d'une fleur peut germer et se développer complètement, en dehors du stigmate et du style, et présenter, en culture sur de la gélose sucrée, une évolution totale qui donne alors naissance à un long tube, parfois ramifié, prenant l'aspect des filaments des champignons inférieurs. Il a obtenu la germination des plantules de graines dont l'albumen naturel est remplacé par une pâte nutritive artificielle, puis il a fait la curieuse découverte de la vie dans l'huile, où certains organismes se développent à l'abri de l'oxygène, fructifient en se modifiant et donnent naissance à des fermentations spéciales. Ses Notes, sur une maladie des pommiers causée par la fermentation alcoolique et sur la production d'alcool dans les tubercules laissés à l'air libre, contribuèrent à faire naître l'idée que la fermentation alcoolique constitue la première phase de la respiration normale, l'alcool se trouvant détruit, à mesure qu'il se forme, parce que l'être vivant est au contact de l'air.

Les beaux travaux de van Tieghem le firent entrer à l'Académie en 1877, à 37 ans, âge tout à fait exceptionnel dans les sciences expérimentales, où les difficultés matérielles des expériences et des observations, l'extrême érudition nécessaire, rendent plus tardive la production originale. A l'Académie, il conserva son même amour passionné du travail, son même enthousiasme scientifique; il continua son existence de bénédictin, vivant dans son laboratoire pour la Science et pour ses élèves, préparé à cette tranquillité monastique, à ces journées recluses par sa jeunesse gravement pensive et solitaire. Aussi son autorité ne fit-elle que grandir. Ses confrères surent apprécier sa simplicité, son affabilité, son dédain de tout bruit et de toute réclame, son désir de conciliation dès que la vérité scientifique n'était pas en jeu. Lorsque le poste de Secrétaire perpétuel pour les Sciences physiques devint vacant, par la mort soudaine de Becquerel, tous les regards se tournèrent vers van Tieghem et un accord unanime se fit immédiatement sur son nom. Van Tieghem rappelait spirituellement cette période de candidature si flatteuse pour lui, en disant qu'il aurait voulu rester candidat

perpétuel. La place nous manque pour énumérer toutes les sociétés savantes qui appelèrent à elles notre illustre confrère.

En même temps que cette magnifique carrière de savant, van Tieghem a eu la plus belle des carrières comme professeur. Dès 1862-1863, il suppléait d'Almeida au Lycée Napoléon (aujourd'hui Henri IV) pour la Physique et la Mécanique : son élève Léauté obtenait le prix de Mécanique au concours général. En 1864, à 25 ans, il succédait à Dalimier dans la maîtrise de conférences de Botanique de l'École Normale supérieure, où il eut comme élèves plusieurs de nos confrères et notamment tout le Bureau actuel. Il fut en même temps, à l'École centrale des Arts et Manufactures, titulaire d'une chaire aujourd'hui supprimée. Il devint ensuite professeur au Muséum d'Histoire naturelle, où, scrupuleux observateur de la règle commune, il comptait demander sa retraite à la fin de cette année scolaire; enfin, en 1898, il fut nommé professeur de Biologie végétale à l'Institut agronomique. Quand, en 1881, fut ouverte, à Sèvres, l'École Normale supérieure de jeunes filles, destinée à préparer des professeurs pour l'enseignement secondaire de l'État, le Ministre fit appel à notre confrère, pour lui confier les délicates fonctions de maître de conférences de Botanique, dans cet établissement où tout était à créer et où il fallait donner un enseignement à la fois élémentaire et élevé, réduit aux faits essentiels et aux grandes vues synthétiques.

Dans ces fonctions diverses, van Tieghem s'est montré un admirable professeur : il savait jeter dans ses leçons une clarté méthodique qui en rendait toujours la compréhension facile pour ses auditeurs, émerveillés des horizons qu'il leur ouvrait sur le monde vivant.

Son enseignement s'est répandu dans toutes les universités par ses Ouvrages généraux. Ce fut, d'abord en 1873, la traduction des éléments de Botanique de Sachs, accompagnée de nombreuses notes personnelles du traducteur; puis, en 1885, le grand Traité de Botanique qui fut traduit en plusieurs langues et dont une édition réduite est en usage dans tous les établissements d'enseignement.

Van Tieghem était un homme complet, dans le sens le plus noble du mot : à ses connaissances scientifiques si vastes et si solides, il joignait une éducation classique accomplie. Il était un délicat de la littérature, très au courant du mouvement des lettres. Ces qualités se firent jour dans les éloges académiques de Duchartre, de Claude Bernard, de J.-B. Dumas, qu'il prononça dans trois de nos séances publiques et qui sont des modèles de littérature scientifique, élégante, mais sobre, précise et juste.

Notre confrère apportait dans les relations de la vie courante une grande autorité, sans être autoritaire, beaucoup de fermeté et de douceur. Il avait sa philosophie personnelle, élevée et stoïque, le culte de la justice, celui de la vérité, et, comme il se plaisait à le dire, « de la vérité *une*, absolue et sans aucune relativité, aussi bien dans la Science que dans la vie ».

Il aimait travailler seul; mais dans les rares occasions où il lui est arrivé de collaborer, il a été vraiment et simplement collaborateur.

Dans les dernières années de sa vie, il fut un grand et digne vieillard; on a dit justement que sa taille élevée et droite, sa longue impériale blanche, la rosette rouge qui parait sa boutonnière, lui donnaient l'aspect martial d'un général en retraite : et c'était un homme réservé, minutieux et modeste.

Mes chers Confrères, je voudrais avoir réussi à évoquer, devant vous et devant nos successeurs, la noble figure et la belle œuvre de celui que nous pleurons aujourd'hui. Il fut un de ces hommes dont s'honore notre pays, et dont la vie doit être donnée en exemple à la jeunesse de France.

M. G. **Darboux** prend à son tour la parole :

Monsieur le Président,

Permettez à celui qui, parmi nous, a été plus particulièrement le collaborateur de Philippe van Tieghem d'ajouter quelque chose aux paroles de regret et d'admiration que vous venez de prononcer.

Il y a aujourd'hui près de 53 ans que j'avais commencé à connaître M. Van Tieghem. En 1861, j'avais suivi le cours de Botanique qu'il faisait à l'École Normale, durant cette période à jamais mémorable où Pasteur, entouré de quelques jeunes collaborateurs, parmi lesquels se trouvait précisément celui dont nous déplorons la perte, entreprenait cette suite de travaux qui a renouvelé les bases de la médecine. J'étais devenu son ami, son collègue à Sèvres; mais c'est surtout depuis qu'il avait été nommé Secrétaire perpétuel, en octobre 1908, que j'avais pu apprécier toutes les rares qualités qui le distinguaient. Van Tieghem était l'homme le plus modeste, le plus déterminé à se renfermer dans son rôle de savant. Il fallait le voir à l'œuvre, de près, pour reconnaître toute sa valeur, sa bienveillance, son grand bon sens, l'étendue de son esprit, la rectitude de son jugement. Dans la collaboration étroite que j'ai eue avec lui pendant près de 6 ans, j'ai senti s'augmenter encore la sympathie et l'affection que je

lui avais vouée dès le commencement. Van Tieghem a fait honneur à notre Académie, à notre pays, non seulement par ses belles découvertes, mais aussi par le noble exemple qu'il nous a donné d'une vie consacrée tout entière, sans mélange et sans partage, aux recherches scientifiques et aux travaux de l'enseignement. La famille si nombreuse et si distinguée qu'il laisse après lui saura s'inspirer de cet exemple et conserver pieusement le souvenir de celui que nous avons perdu.

M. le **Président** lève la séance en signe de deuil.

ASTRONOMIE. — *Sur l'emplacement à donner à l'Observatoire astronomique du mont Blanc.* Note de M. **Maurice Hamy**.

L'Observatoire édifié par Janssen, en 1894 et 1895, au sommet du mont Blanc, grâce aux libéralités de généreux bienfaiteurs de la Science, comprenait une lunette de $0^{m},30$ d'ouverture, montée en sidérostat polaire, qui a été utilisée par divers astronomes jusqu'au moment où, entraînée et disloquée par le mouvement de progression et le crevassement du glacier sur lequel ses fondations étaient assises, la construction menaça ruine.

En 1908, au lendemain de la mort de l'illustre astronome, une société se fonda, sous la direction de M. J. Vallot, pour mettre en valeur le matériel scientifique déposé dans les édicules échelonnés sur les flancs glacés de la célèbre montagne qui domine Chamonix. Presque immédiatement s'imposa l'obligation de sauver les instruments renfermés dans l'Observatoire, sur le point de disparaître au sein des neiges éternelles et dont la démolition paraissait inévitable depuis quelques années.

La question de la réinstallation de la lunette polaire de Janssen, sur un emplacement convenable, choisi dans le massif du mont Blanc, a été discutée à diverses reprises devant le Conseil de la Société. On parla de la monter auprès de l'Observatoire Vallot, sur le rocher des Bosses, à 4362^{m} d'altitude; mais divers motifs firent abandonner cette idée. On proposa également de l'établir sur le sommet de l'aiguille du Midi qui deviendra facilement accessible, après l'ouverture du funiculaire actuellement en construction, entre Chamonix et le col du Midi. Finalement, aucune décision ne fut prise, l'examen définitif de l'affaire ayant été renvoyé après l'inauguration de la ligne.

Entre temps, M. J. Vallot et plusieurs membres du Conseil m'avaient

engagé, en ma double qualité d'astronome et d'alpiniste, à rechercher un endroit favorable à l'installation de la lunette. Me rendant à ces sollicitations, j'ai parcouru plusieurs années durant, pendant la belle saison, le versant français de la chaîne du mont Blanc, rapportant de mes expéditions de nombreux documents photographiques dont l'étude, jointe à mes souvenirs, m'a permis de me faire une opinion sur la meilleure situation à donner au futur Observatoire. La présente Note a pour objet de fournir quelques précisions à cet égard.

Le choix de l'emplacement doit être subordonné aux services que la lunette est appelée à rendre. Si un grand instrument se prête aux observations de tous genres, un instrument de taille moyenne, comme celui de l'Observatoire Janssen, ne peut guère être employé avec fruit que pour des recherches physiques sur le Soleil ou sur les planètes; son ouverture trop faible crée un obstacle qui empêche de l'affecter utilement à l'exploration du champ des investigations stellaires. La nouvelle station astronomique doit donc être choisie de façon que l'on puisse y obtenir de belles images solaires; cette considération doit primer toutes les autres.

A ce titre, il est indiqué d'établir l'instrument dans un glacier ou dans un névé, sur un rocher dépassant peu la couche glacée. Le rayonnement calorifique absorbé par le sol ne peut alors élever sa température au-dessus de zéro; aussi, contrairement à ce qui se passe à l'ordinaire, ce terrain particulier ne déverse-t-il pas de chaleur obscure dans l'atmosphère, quelle que soit l'ardeur des rayons solaires. Dans un pareil emplacement, les mouvements habituels de convection des couches d'air voisines de l'instrument, provoqués par la température, ne sauraient se produire. On écarte ainsi la principale cause perturbatrice des images observées pendant le jour.

Ces considérations m'ont amené à diriger mes recherches dans les grands glaciers qui tapissent le versant français de la chaîne du mont Blanc, savoir : le glacier du Tour, le glacier d'Argentière, le bassin de la mer de Glace, le glacier des Bossons et le glacier de Tré-la-Tête.

Glacier du Tour. — On pourrait installer l'instrument sur la Tête-Blanche (3430^m), placée à l'est du col du Tour. Les sommités principales qui dominent cette montagne, dans plusieurs directions, ne seraient pas gênantes pour les recherches solaires, ne masquant pas l'horizon à plus de 15° de hauteur. Des rochers, pouvant également convenir à la rigueur, émergent du glacier à quelque distance du pied de l'aiguille du Génépi; mais une partie du ciel, du Nord à l'Est, y est fortement masquée par cette

aiguille elle-même, par la pointe des Grands et par le massif de l'aiguille du Tour.

Deux voies d'accès assez médiocres, conduisant au glacier du Tour, partent d'Argentière : 1° le chemin dit du Pissoir, qui rejoint la moraine de la rive droite du glacier après un long détour; 2° un sentier en lacets gravissant les pentes de la montagne du Bec-Rouge, dernier contrefort de l'aiguille du Chardonnet, qui se termine par une pente d'éboulis en haut de laquelle on accède, sur la rive gauche du glacier, à la cote 2900^m environ. Dans l'un et l'autre cas, il y a une assez longue marche à faire sur la neige pour atteindre la Tête-Blanche. La durée totale du trajet est de six à sept heures.

Glacier d'Argentière. — Cet immense glacier est profondément enfermé dans une ceinture de magnifiques aiguilles qui masquent l'horizon presque de tous côtés, à une assez grande hauteur. Aussi faut-il gravir les crêtes, pour dégager le regard. Parmi les rares points accessibles à la moyenne des grimpeurs, il n'y a que le col d'Argentière (3516^m) auquel on pourrait songer, pour établir l'Observatoire. La vue y est à peine masquée au Sud, à faible hauteur, par quelques pointes des aiguilles rouges du Dolent et le mont Dolent lui-même. Au nord, la masse imposante du Tour-Noir (3836^m) s'élève à environ 22° au-dessus de l'horizon.

La seule voie d'accès du col, sans difficultés, part d'Argentière. Elle passe par le pavillon de Lognan (2043^m) où l'on peut séjourner et se ravitailler. La durée du trajet est de 8 à 9 heures.

Bassin de la mer de glace. — Des trois grands glaciers alimentant la coulée de glace qui passe au Montanvert (glacier de Talèfre, glacier de Leschaux, glacier du Géant), le glacier du Géant seul nous a semblé propice à l'installation d'un observatoire solaire. Le rocher du jardin, dans le glacier de Talèfre, est par trop encerclé de hautes montagnes pour qu'on puisse songer à l'utiliser. Du reste, en vue de se mettre à l'abri d'une crue du glacier, très diminué depuis quelques années, il faudrait asseoir la construction assez loin de la limite actuelle de la glace, ce qui compromettrait vraisemblablement le succès de l'entreprise.

Dans le glacier du Géant, trois points ont spécialement frappé mon attention : l'aiguille du Midi (3843^m), le Gros-Rognon (3558^m) et le Petit-Flambeau (3435^m).

J'ai examiné très particulièrement l'aiguille du Midi, parce qu'il en avait

été question au Conseil des Observatoires du mont Blanc. Non seulement j'en ai fait l'ascension, mais je l'ai considérée attentivement sur toutes ses faces. L'impression qui en est résultée a été, pour moi, nettement défavorable. Cette aiguille, du côté du glacier du Géant, offre des à pics de 300^m exposés aux rayons du soleil. Vue du glacier des Bossons, elle se présente sous forme d'une immense pyramide granitique de 1000^m d'élévation, tournée vers le Sud-Ouest et presque totalement dépourvue de neige. Il n'est pas douteux qu'un pareil monolithe, une fois échauffé, ne donne naissance à des courants d'air ascendants, de nature à altérer considérablement la qualité des images solaires. Je dois ajouter que, si le sommet de l'aiguille me paraît devoir être rejeté, il n'en serait pas de même de l'arête neigeuse qui en descend dans la direction du Nord-Est, au cas où l'on y découvrirait un affleurement de rochers. Malheureusement, l'aspect de l'arête, vue du sommet ou du glacier du Géant, porte à croire que le sol stable est enfoui sous une épaisse couche glacée. On a la même impression, en examinant l'aiguille du Brévent.

Le Gros-Rognon, rocher en plein glacier, émerge du plateau neigeux, descendant en pente douce du col du Midi, à une heure de marche environ. Par sa situation, c'est un point auquel on pourrait songer, pour établir l'Observatoire. Cependant, il y a deux reproches à lui adresser : d'une part, il est très fortement dominé à l'Ouest et au Sud-Ouest par le mont Blanc du Tacul et le mont Maudit; en second lieu, sa face méridionale très inclinée, qui s'élève à une centaine de mètres au moins au-dessus du glacier, est, en général, presque dégarnie de neige en été.

Bien préférable semble la situation du Petit-Flambeau, éminence à peu près complètement enrobée de glace, qui précède le plateau neigeux aboutissant au col du Géant. Là encore, la vue est masquée à l'Ouest par le mont Blanc, mais beaucoup moins qu'au Rognon. D'autre part, grâce à la proximité de l'hôtel du col du Géant (20 à 30 minutes), la question du logement des observateurs et celle des approvisionnements toujours difficile se trouveraient résolues de la façon la plus simple, tandis qu'il faudrait s'en préoccuper dans toute autre station.

Il y a actuellement deux voies permettant d'aborder le glacier du Géant de Chamonix : l'une empruntant la rive droite du glacier des Bossons et aboutissant au col du Midi est à déconseiller à cause des difficultés d'escalade; la seconde, qui passe par le Montanvert, nécessite la traversée des séracs du Géant, colossale cascade de glace présentant des obstacles plus ou moins sérieux, suivant les années. Cette dernière route, constamment

suivie par les caravanes se rendant à Courmayeur, ne se prête guère au transport d'un matériel lourd et encombrant, surtout à la fin de l'été. Fort heureusement, on n'aura plus à la suivre lorsque le funiculaire du col du Midi sera construit.

Glacier des Bossons. — Le glacier des Bossons, qui descend directement du sommet du mont Blanc, dans la vallée de Chamonix, ne présente pas de poste favorable à la fondation d'un observatoire solaire. En dehors du rocher des Bosses, déjà écarté par le Conseil, on n'y rencontre que la crête rocheuse qui s'amorce aux Grands-Mulets, crête beaucoup trop dominée par l'aiguille du Midi, le mont Blanc du Tacul et le dôme du Goûter, pour pouvoir être utilisée.

Glacier de Tré-la-Tête. — On y accède par la route conduisant de Saint-Gervais aux Contamines, village d'où un chemin muletier conduit en deux heures à l'hôtel de Tré-la-Tête (1976^{m}). Ce refuge confortable et bien approvisionné précède l'entrée du glacier. Plusieurs points favorables à l'installation d'une station solaire, facilement accessibles, dominent la coulée centrale. Au sud, le premier sommet du mont Tondu ou mieux une chaîne de rochers précédant la calotte glacée de ce sommet. Au nord, des saillies solides sur les crêtes neigeuses descendant de l'aiguille de Bérenger et du dôme de Miage (cinq à six heures de l'hôtel de Tré-la-Tête). Cependant je dois dire que, plusieurs fois contrarié par le mauvais temps, je n'ai pu jusqu'ici reconnaître ces crêtes que de loin : des sommets du mont Tondu, du col infranchissable, du mont Joly et du rocher de la Tournette, près du sommet du mont Blanc, au cours d'une reconnaissance à l'Observatoire Janssen qui fut grandement facilitée grâce à l'aimable hospitalité que je reçus de M. Vallot, à l'observatoire de Bosses. Pour parler avec plus de détails et de certitude de cette arête, j'aurais besoin de la parcourir d'un bout à l'autre.

Quelle que soit l'impression qui en résulterait, mon opinion actuelle est que le futur Observatoire serait en bonne place sur le Petit-Flambeau. C'est la situation qui me paraît offrir le plus d'avantages. Les frais d'établissement y seraient assez restreints, à condition d'attendre l'ouverture du funiculaire du col du Midi, la construction à exécuter pouvant être réduite à des proportions moindres que partout ailleurs, puisqu'il n'y aurait pas à se préoccuper d'aménager des locaux d'habitation. Quant aux facilités d'exploitation, elles seraient aussi complètes que possible, l'hôtel du col du Géant pouvant fournir aux observateurs gîte et subsistance.

Entre le col du Midi et le col des Flambeaux, la marche sur le glacier du Géant ne présente aucune difficulté : le trajet s'effectue aisément en trois heures et le transport des matériaux et de la lunette pourrait être fait en traîneau presque d'un bout à l'autre.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Quelques réflexions sur certains résultats de Henri Poincaré concernant la Mécanique analytique.* Note de M. **Émile Picard.**

En relisant pour mon cours de cette année quelques pages célèbres de Henri Poincaré sur la stabilité en Mécanique et sur l'explication mécanique des phénomènes naturels, j'ai été conduit à faire quelques réflexions qui, si simples qu'elles soient, présentent peut-être quelque intérêt.

I. On sait quelle admirable application Poincaré a fait de la théorie des invariants intégraux à la discussion de ce qu'il appelle *la stabilité à la Poisson* [1]. Prenons d'abord le cas le plus simple, en envisageant le système

$$(1) \qquad \frac{dx_i}{dt} = X_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

possédant un invariant intégral

$$(2) \qquad \int \cdots \int M\, dx_1\, dx_2 \ldots dx_n,$$

positif, c'est-à-dire pour lequel $M(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ est positif.

On suppose que, pour des positions initiales correspondant à un certain volume, la trajectoire du point $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ reste à l'intérieur d'un volume fini V. Poincaré établit que, dans ces conditions, il y a stabilité à la Poisson, c'est-à-dire que, étant considéré un volume v_0 si petit que l'on voudra, il y a des trajectoires qui traversent v_0 une infinité de fois avant et après l'époque *zéro*. D'une manière encore plus précise, la probabilité pour qu'une trajectoire partant d'un point de v_0 ne traverse pas une infinité de fois v_0 est nulle. La démonstration de ces résultats donnée par Poincaré est

---

[1] Voir le Tome III (Chapitre XXVI) des *Nouvelles méthodes de la Mécanique céleste*.

merveilleuse par sa simplicité et son élégance. Les applications à des questions de Mécanique analytique sont nombreuses, car pour les équations canoniques on peut prendre $M = 1$; il suffira de citer l'exemple d'un corps pesant mobile autour d'un point fixe.

2. On a supposé implicitement, dans ce qui précède, que M et les X restaient finis dans le volume fini V. Poincaré s'arrête un moment sur le cas où il en serait autrement, mais il resterait ici bien des points à élucider, et notamment celui-ci. Disons qu'il y a choc, quand les X deviennent infinis. Des circonstances très différentes peuvent alors se produire; un cas intéressant est celui où l'on peut faire un *prolongement analytique* de la trajectoire après le choc, où l'on a, par exemple, quelque chose d'analogue à ce qui se passe d'après Sundmann dans le problème des trois corps quand deux corps viennent à se choquer (le problème des trois corps ne rentre pas d'ailleurs dans le cas actuel, le volume V n'étant pas fini). Il faut évidemment supposer que l'intégrale (2) étendue au volume V reste finie, et l'on peut alors montrer que le théorème sur la stabilité subsiste à condition d'être généralisé, c'est-à-dire en l'étendant aux trajectoires des points du volume v_0 et à leurs prolongements analytiques, s'il y a lieu de les envisager.

Un exemple très simple est donné par le cas d'un point attiré dans l'espace par un nombre quelconque de points fixes en raison inverse de la puissance $m^{\text{ième}}$ de la distance. Il y a stabilité si m est inférieur ou égal à *six*, mais, à partir de $m = 7$, on ne peut plus rien affirmer.

3. La question devient singulièrement difficile quand V est infini, et ici Poincaré développe quelques vues hardies qui demanderaient à être approfondies. Supposons que, pour le système (1), on puisse prendre $M = 1$. En même temps que le système (1), envisageons le système

$$\frac{dx_i}{dt'} = \frac{X_i}{P} \quad (i = 1, 2, \ldots, n), \tag{3}$$

P étant une fonction positive de $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Si P est convenablement choisi, l'invariant intégral du système (3)

$$\int \cdots \int P\, dx_1\, dx_2 \ldots dx_n,$$

pourra avoir un sens, quand l'intégrale est étendue au volume infini V;

c'est ce que nous allons supposer. Les équations (1) et (3) donnent

$$dt = \frac{dt'}{P}, \quad \text{d'où} \quad t = \int_0^{t'} \frac{dt'}{P}.$$

Les trajectoires correspondant à (1) et (3) sont les mêmes, mais diversement parcourues. Il peut arriver que, pour une valeur finie $t' = T$, le point s'éloigne à l'infini, et qu'en même temps l'intégrale

$$\int_0^T \frac{dt'}{P},$$

soit infinie. C'est, en quelque sorte, un prolongement analytique des trajectoires de (1) *au delà du temps* $t = \infty$, que propose Poincaré. On peut y parvenir si, pour le système (3), il est possible de définir un prolongement analytique de la trajectoire au delà du temps $t' = T$. En supposant que toutes les conditions indiquées se trouvent remplies, ce qui pourra être singulièrement difficile à décider, il y aura un théorème de stabilité en l'étendant non seulement aux trajectoires mais aussi à leurs prolongements analytiques.

Un exemple extrêmement simple du type précédent est fourni par le mouvement d'un point repoussé par un point fixe en raison inverse du carré de la distance. On pourra prendre ici

$$P = \frac{1}{(x^2 + y^2 + 1)^2}.$$

La nature du prolongement analytique s'aperçoit immédiatement. Le point va à l'infini sur sa trajectoire hyperbolique, et le prolongement consiste à passer d'une branche d'hyperbole à l'autre branche de même asymptote.

4. J'ai tenu à entrer dans quelques détails sur la proposition célèbre de Poincaré concernant la stabilité à la Poisson. Il faut reconnaître que c'est seulement dans le cas du paragraphe 1 que l'on a une conclusion précise permettant d'affirmer réellement la stabilité. Aussi, ce n'est pas sans étonnement que l'on voit le parti que d'éminents physiciens ont cherché à tirer de ce théorème auquel ils donnent la forme générale suivante : *un système dynamique, si complexe soit-il, repasse en général une infinité de fois par une configuration aussi voisine que l'on veut de son état initial.* D'après ce qui précède, rien n'autorise à énoncer une telle proposition, et les probabilités sont

plutôt pour qu'elle soit inexacte. Pour le moment au moins, l'idée du *retour éternel*, à laquelle se sont plu tant d'esprits philosophiques, cherche en vain des confirmations dans les théorèmes généraux de la Mécanique analytique, et l'on peut constater une fois de plus la tendance qu'ont à oublier des restrictions gênantes ceux qui veulent philosopher sur l'avenir de l'Univers.

5. Je passe maintenant à une tout autre question. Dans la préface de son livre *Électricité et Optique*, Poincaré se demande ce que l'on doit entendre par « *interprétation mécanique d'un phénomène naturel* ». Cette interprétation est ramenée par lui *à la possibilité de la formation d'un système d'équations de Lagrange avec un certain nombre de paramètres* $q_1, q_2, \ldots, q_n$ *que l'expérience atteint directement et permet de mesurer*. Dans ces équations figurent l'énergie cinétique T et une fonction des forces U. Cette possibilité étant supposée, on pourra toujours, d'après Poincaré, déterminer p masses m_i (visibles ou cachés) et leurs $3p$ coordonnées (x_i, y_i, z_i) fonctions des q (en prenant p assez grand), de manière que la force vive de ce système de masses soit égale à l'énergie cinétique T figurant dans les équations de Lagrange. L'indétermination est ici très grande, et c'est précisément là qu'en veut venir Poincaré, dont la conclusion est que, si il y a une explication mécanique, il y en a une infinité.

Il faut avouer, dirons-nous, que cette indétermination est même trop grande, car on perd complètement de vue les corps en présence. Ainsi, par exemple, suivant les formes qu'auront l'ensemble des masses partiellement indéterminées m_i, il pourra y avoir ou non des chocs. Il y a quelque chose de singulier à avoir des explications, où des circonstances analytiques aussi différentes peuvent se présenter. On peut aussi se demander ce que devient la répartition des forces réelles dans les systèmes, en partie arbitraires, auxquels on est conduit. Les vues générales de Poincaré esquissées ci-dessus portent certes la marque de son puissant esprit, mais elles prêtent à bien des difficultés. Il semble que la notion d'explication mécanique ne prenne un sens précis, pouvant d'ailleurs varier de l'une à l'autre, que pour des catégories bien précisées de phénomènes, et peut-être est-il vain de chercher une définition générale. Il n'est pas nécessaire, pour avoir une explication que l'on dira mécanique, d'apercevoir les équations différentielles de mouvements moléculaires, quand rien ne vient en régler l'arbitraire.

NÉCROLOGIE. — *Eduard Suess : l'œuvre et l'homme;*
par M. Pierre Termier.

Eduard Suess, le doyen de nos Associés étrangers, professeur honoraire de Géologie à l'Université et membre de l'Académie impériale des Sciences de Vienne, s'est éteint doucement, dans la nuit du 25 au 26 avril, à Vienne, en son modeste appartement de l'Afrikanergasse. Il était âgé de 83 ans. Demeuré très valide jusque vers le milieu de 1913, une affection des voies respiratoires accompagnée de troubles cardiaques l'avait, depuis lors, rapidement affaibli; et plusieurs fois déjà, au cours de l'hiver dernier, on avait cru à l'imminence de sa mort. Mais le déclin des forces physiques n'entraînait pas celui de l'intelligence; et je recevais, il n'y a pas trois semaines, une lettre dictée par le malade à sa petite-fille, Mlle Edith Neumayr, lettre dans laquelle il me disait la grave crise d'où son pauvre corps sortait à peine, et son chagrin de ne pouvoir se remettre à lire et à travailler.

C'est une belle fin, couronnant une vie magnifique. Il meurt, l'œuvre achevée, dans sa famille qui était fière de lui et le chérissait; dans cette ville de Vienne où il a vécu soixante-cinq ans, et dont tous les citoyens, même les plus humbles, connaissent son nom; dans la maison même où il a écrit ses plus beaux livres : et, tout autour de lui, c'était, depuis longtemps, depuis dix ans surtout, une rumeur de gloire, faite des acclamations de tous les géologues et de tous les géographes du monde entier.

Son œuvre est de celles qui ne peuvent pas périr; et je crois bien que, tant qu'il y aura des géologues, ils parleront entre eux d'Eduard Suess. Il a exploré successivement la plupart des domaines de notre science, tour à tour paléontologiste, stratigraphe, tectonicien, auteur, enfin, de cet admirable *Antlitz der Erde*, dont la publication, commencée en 1883, s'est terminée en 1909. Ses travaux de paléontologie, sur les Brachiopodes et les Céphalopodes, l'avaient signalé, très jeune encore, à l'attention des naturalistes; son étude des formations miocènes du bassin de Vienne est demeurée classique; son livre *Die Entstehung der Alpen*, publié en 1875, contient en germe toutes les idées qui, depuis cette époque, ont renouvelé la géologie tectonique et ont conduit peu à peu les géologues jusqu'à la synthèse des grandes chaînes de montagnes; mais tout cela n'est rien à côté de l'*Antlitz der Erde*.

Ce dernier Livre, dont la traduction française, sous le titre *La Face de la Terre*, vient d'être achevée par M. Emmanuel de Margerie, est un monu-

ment splendide à la gloire des sciences géologiques. C'est le premier essai d'une synthèse générale de toutes nos connaissances sur l'histoire du globe : et, sans doute, aucune synthèse de ce genre ne peut avoir la prétention d'être définitive; mais Eduard Suess a tracé, d'une main vigoureuse, les grandes lignes du visage de la Terre, et cette ferme esquisse ne paraît pas pouvoir être modifiée. Brusquement l'on est passé, grâce à lui, du chaos à l'ordre, des ténèbres à la lumière. Il nous a appris à suivre les phénomènes dans l'espace et dans le temps, à les enchaîner entre eux, à les faire concourir harmonieusement à l'édification de vastes unités architecturales qui, désormais, et pendant des siècles sans nombre, garderont une seule et même histoire. Il nous a donné le sens des mouvements généraux, transgressions et régressions marines, déplacements des lignes de rivages, naissances des volcans et des séismes, longues fractures rectilignes, écrasement de tout un fuseau de l'écorce terrestre et chevauchement de l'un des bords de la zone écrasée sur l'autre bord, formation d'avant-profondeurs océaniques au pied des grandes rides montagneuses : en un mot, il nous a présenté la Terre entière et nous a enseigné l'art de la regarder et de la comprendre.

Cet homme de génie, qui roulait constamment dans sa pensée les plus vastes problèmes et dont l'érudition tenait du prodige, était le plus simple et le plus modeste des hommes. Aucun maître ne fut jamais plus accueillant, plus affable, moins intimidant, plus prêt à se dévouer, plus ardent à instruire. On n'avait qu'à lui écrire, pour demander un conseil, une indication, un peu de lumière : il répondait sans tarder, dans la langue même dont on s'était servi — car il savait une douzaine de langues —, et par de longues pages, charmantes et lumineuses tout à la fois. Combien de géologues sont venus, comme en pélerinage, à la vieille maison de l'Afrikanergasse, et sont sortis, non seulement l'intelligence éclairée, mais l'âme échauffée au contact de la belle âme du Maître! Combien sont restés ses amis et se sentent maintenant en deuil! Tant que je vivrai, je garderai dans mon souvenir la réunion des géologues des Alpes à Innsbruck, vers la fin du mois d'août de 1912, au cours de l'excursion de la *Geologische Vereinigung*. Eduard Suess était là, venu tout exprès : et jamais père de famille reçu par ses enfants ne fut plus fêté, plus entouré, plus écouté. Nous sentions tous que c'était la dernière manifestation de son activité scientifique; et notre émotion était profonde, quand nous entendions le vieillard nous parler encore une fois des Alpes, dans ce cadre splendide, par cette fin d'après-midi qui était bien, de toute façon, « le soir d'un beau jour ».

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur certaines congruences spéciales de cercles et de sphères.* Note de M. C. GUICHARD.

Je suppose que les coordonnées $x_1, \ldots, x_5$ d'une sphère sont des fonctions de u et de v; on sait qu'il existe une équation

$$A\frac{\partial^2\theta}{\partial u^2} + 2B\frac{\partial^2\theta}{Cu\,\partial v} + C\frac{\partial^2\theta}{\partial v^2} + 2D\frac{\partial\theta}{\partial u} + 2E\frac{\partial\theta}{\partial u} + F\theta = 0$$

qui admet comme solution $x_1, x_2, \ldots, x_5$. Je me placerai dans les cas où cette équation aux dérivées partielles a ses caractéristiques confondues. On sait que dans ce cas, on peut, par un changement de variables, ramener l'équation à la forme

$$(1)\qquad \frac{\partial^2\theta}{\partial u^2} = A\frac{\partial\theta}{\partial u} + B\frac{\partial\theta}{\partial v} + C\theta.$$

La droite de l'espace à cinq dimensions qui a pour paramètres directeurs $x_1, x_2, \ldots, x_5$ décrit (voir ma Note du 16 mars) une congruence asymptotique; je dirai alors que la congruence décrite par la sphère (S) qui a pour coordonnées $x_1, x_2, \ldots, x_5$, est une *congruence de sphères asymptotiques*. Les coordonnées x, y, z du centre de la sphère S sont

$$x = \frac{x_1}{x_4 + ix_5}, \qquad y = \frac{x_2}{x_4 + ix_5}, \qquad z = \frac{x_3}{x_4 + ix_5}.$$

Ces coordonnées satisfont à une équation de la forme

$$(2)\qquad \frac{\partial^2 x}{\partial u^2} = P\frac{\partial x}{\partial u} + Q\frac{\partial x}{\partial v};$$

donc, quand u varie seul, le point M décrit une ligne asymptotique de la surface des centres.

Inversement, si M décrit un réseau asymptotique, les coordonnées x, y, z de M sont solutions d'une équation de la forme (2).

Soit θ une solution de l'équation (2), considérons la sphère S qui a pour centre M et dont le rayon R est donné par la formule

$$2\theta = x^2 + y^2 + z^2 - R^2.$$

La congruence de sphère (S) sera asymptotique. L'équation de la sphère S peut s'écrire

$$X^2 + Y^2 + Z^2 - 2Xx - 2Yy - 2Zz + 2\theta = 0.$$

Quand u varie seul, la sphère (S) a pour caractéristique un cercle (C) situé dans le plan

$$X \frac{\partial x}{\partial u} + Y \frac{\partial y}{\partial u} + Z \frac{\partial z}{\partial u} - \frac{\partial \theta}{\partial u} = 0.$$

Cette congruence de cercles (C) correspond dans l'espace à cinq dimensions à un réseau asymptotique; nous dirons que cette congruence de cercles est *asymptotique*. L'axe du cercle C est la tangente asymptotique MT; quand u varie seul, le cercle C est rencontré par le cercle infiniment voisin en deux points I et I' situés sur la caractéristique du plan du cercle. Les coordonnées de ce plan sont

$$\frac{\partial x}{\partial u}, \quad \frac{\partial y}{\partial u}, \quad \frac{\partial z}{\partial u}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial u}.$$

Comme x, y, z, θ sont solutions de l'équation (2), les coordonnées du plan sont solutions d'une équation de la forme (1); donc:

Le plan du cercle enveloppe une surface; le point de contact H *est sur la droite* II'; *quand u varie seul,* H *décrit une ligne asymptotique; la tangente asymptotique est la droite* II'.

Si l'on désigne par $x_1, \ldots, x_5$ les coordonnées de S, on voit que les points I et I' se trouvent sur les trois sphères qui ont pour coordonnées les quantités x, $\frac{\partial x}{\partial u}$ et $\frac{\partial^2 x}{\partial u^2}$; en tenant compte de l'équation (1), on voit que les points I et I' se trouvent sur les trois sphères qui ont pour coordonnées les quantités x, $\frac{\partial x}{\partial u}$, $\frac{\partial x}{\partial v}$; I et I' *sont donc les points où la sphère* S *touche son enveloppe.*

La loi d'orthogonalité (voir ma Note du 16 mars) y fait correspondre les éléments suivants : 1° la sphère qui a pour centre H et qui passe par les pôles du cercle C; 2° le cercle qui a pour pôles I et I'. Ces congruences de cercles et de sphères sont aussi asymptotiques.

A un réseau et à une congruence asymptotique, harmoniques dans l'espace à cinq dimensions, correspondent, dans l'espace ordinaire, une congruence de cercle et une congruence de sphère asymptotiques qui sont harmoniques. On voit facilement qu'on obtient les sphères harmoniques aux cercles (C) de la façon suivante :

On prend un réseau asymptotique (K) *conjugué à la congruence* MT *formée par l'axe du cercle. La sphère qui a pour centre* K *et qui passe par le cercle* C *décrit une congruence harmonique à la congruence* C.

On définit de même les congruences de cercles et de sphères conjuguées. On obtient les cercles conjugués à la congruence de sphères S par la construction suivante :

On prend une congruence asymptotique L *harmonique au réseau* M, *décrit par le centre de la sphère. Le cercle qui passe par les points* I *et* I' *et qui a pour axe* L *décrit une congruence demandée.*

CORRESPONDANCE.

M. F. **Becke**, élu Correspondant pour la Section de Minéralogie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Président de l'Association française du Froid** invite l'Académie à se faire représenter au *Troisième Congrès du Froid*, qui se réunira à Reims du 15 au 20 octobre 1914.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Le fascicule 1, Tome II, de la *Mission du* Service géographique de l'Armée, pour la mesure d'un arc du méridien équatorial en Amérique du Sud : *Introduction générale aux travaux géodésiques et astronomiques primordiaux de la Mission. Notices sur ses stations. Atlas.*

ASTRONOMIE. — *Sur un astrolabe photographique.*
Note [1] de M. **René Baillaud**, transmise par M. A. Bassot.

On sait que, dans l'emploi de l'astrolabe, un défaut de mise au point équivaut à une variation de l'angle du prisme [2].

L'ordre de grandeur de l'erreur commise peut être déterminée expérimentalement de la manière suivante :

---

[1] Transmise dans la séance du 27 avril 1914.

[2] M. Chrétien a donné l'explication de ce fait.

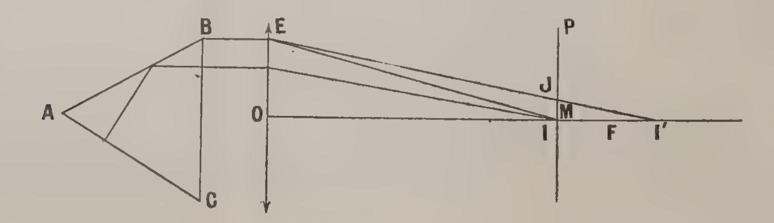
Soit ABC le prisme, préalablement argenté sur deux de ses faces. Je place la troisième face normalement à l'axe optique d'une lunette méridienne de façon que le fil mobile d'ascension droite soit parallèle aux arêtes. J'amène successivement ce fil en coïncidence avec ses deux images, vues par réflexion sur les faces argentées. L'angle du prisme est

$$600 + \frac{l_1 - l_2}{3n}\tau,$$

où l_1 et l_2 désignent les lectures micrométriques dans les deux cas considérés, τ le tour de vis, et n l'indice de réfraction du verre.

La variation de $\frac{l_1 - l_2}{3n}\tau$ mesure donc celle de l'angle du prisme. On peut l'obtenir théoriquement de la manière suivante :

Soient O le centre optique de l'objectif, F son foyer, I le fil mobile supposé situé



sur l'axe optique, I' l'image de ce fil, r le rayon de l'objectif, IJ la trace sur le plan du réticule du faisceau lumineux relatif à l'image I', $II' = 2d$.

Si l'on fait l'hypothèse que tout se passe comme si l'on pointait le milieu M de IJ, la distance du point M à l'axe optique, sur lequel on observerait l'image du fil si le réticule était situé dans le plan focal, est

$$x = \frac{rd}{f + d},$$

ou très approximativement

$$x = \frac{rd}{f}.$$

Soient λ_1 et λ_2 les deux lectures qu'on ferait si l'erreur de mise au foyer était nulle, et soit ν le nombre de secondes contenues dans un radiant. On a

$$\frac{l_1 - l_2}{3}\tau = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{3}\tau + \frac{rd}{3f^2}\nu.$$

Quand on déplace le réticule d'une quantité η, la variation de $\frac{l_1 - l_2}{3}\tau$ est $\frac{r\eta}{3f^2}\nu$.

Dans une première série d'expériences, l'oculaire étant au point sur les fils, j'ai déplacé successivement le micromètre. Avec un pied à coulisse, j'ai apprécié ces déplacements au $\frac{1}{10}$ de millimètre, et obtenu les résultats suivants :

η.	Variation mesurée de $\frac{l_1 - l_2}{3}\tau$.	Variation calculée.
mm	"	"
1,1.............	2,73	2,64
1,2.............	2,97	2,81
0,9.............	2,04	2,16
0,9.............	2,22	2,16

L'hypothèse que j'ai faite est donc justifiée dans les limites d'exactitude dont mes mesures sont susceptibles.

Dans une seconde série d'expériences, sans toucher à la mise au foyer du réticule, j'ai fait varier de 4^{mm} le tirage de l'oculaire.

Les valeurs de $\frac{l_1 - l_2}{3}\tau$ mesurées sont dans les deux cas :

$$0'',26 \quad \text{et} \quad 0'',11.$$

Quand on fait varier le tirage de l'oculaire, l'angle apparent du prisme ne varie donc pas sensiblement. Tout se passe comme si l'on pointait toujours le milieu M de IJ situé dans le plan du réticule.

Dans l'astrolabe géodésique, le plan d'observation n'est plus déterminé matériellement par un réticule : le champ est sombre. Après s'être mis au point sur les images, on n'a évidemment plus le droit de toucher à l'oculaire. Même en opérant ainsi, il n'est pas absolument certain que tout se passe comme si l'angle du prisme restait constant. Cela ne serait vrai que si l'œil restait semblable à lui-même pendant toute la durée d'une soirée d'observation.

Quand des fils sont tendus au voisinage du plan focal d'un astrolabe (¹), et quand on observe les heures des passages à ces fils des images directe et réfléchie des étoiles, la valeur de l'angle du prisme déduite des observations sera sûrement erronée, mais on sera en droit d'admettre qu'elle ne varie pas dans le cours de la soirée. Si l'on pointe alors un fil mobile situé dans le plan du réticule sur son image vue par réflexion sur un miroir plan, les deux moitiés de l'objectif étant cachées alternativement, on pourra déterminer d. Cette méthode rappelle d'ailleurs celle d'Hartmann pour la détermination du foyer d'un objectif.

Le meilleur moyen de supprimer l'erreur due au défaut de mise au point serait peut-être d'employer un astrolabe photographique.

Si l'on met près du plan focal et parallèlement à lui une plaque photographique,

---

(¹) TRUMPLER, *Bestimmung fundamentaler Sternörter aus Hohendurchgangsbeobachtungen*.

chacune des images directe et réfléchie de l'étoile produira sur cette plaque une traînée qu'il sera possible d'interrompre à des instants bien définis. On obtiendra ainsi les points correspondants $a_1, a_2, a_3, \ldots, b_1, b_2, b_3, \ldots$ relatifs à ces instants sur les deux trajectoires.

Supposons les réglages du prisme bien réalisés, et l'opération faite près de la coïncidence. Les vitesses horizontales des images sont égales et leurs vitesses verticales sont égales et de signes contraires. La bissectrice de l'angle que fait a_1, a_2 avec b_1, b_2 définit donc sur le cliché la direction horizontale. La droite qui joint les deux images, au moment où a lieu ce qu'on est convenu d'appeler la *coïncidence*, est une droite horizontale passant par le milieu de a_1, b_1, de $a_2, b_2, \ldots$. Elle est donc bien déterminée.

Mesurant les distances $a_1, a_2, \ldots$ et connaissant le temps mis par l'image à les parcourir, on peut théoriquement déduire de ces données l'heure de la coïncidence. Le problème d'ailleurs se simplifie quand les deux trajectoires sont presque verticales dans le champ. Ce sera le cas le plus favorable.

Si pour chaque observation on met la plaque dans la même position on n'aura pas à tenir compte de l'erreur de mise au foyer. Cette erreur d'ailleurs pourra être rendue très petite en employant, par exemple, la méthode d'Hartmann.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les séries de facultés.* Note de M. N.-E. Nörlund.

Considérons une série de facultés de la forme

$$\Omega(x) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{a_s}{x(x+1)\ldots(x+s)}, \tag{1}$$

les a_s étant indépendants de x. Le domaine de convergence est un demi-plan limité à gauche par une droite perpendiculaire à l'axe des nombres réels et coupant celui-ci en un certain point λ. Posons $x = \sigma + i\tau$. Le nombre λ s'appelle l'*abscisse de convergence* et la droite de $\sigma = \lambda$ s'appelle *la droite de convergence*. M. Pincherle a fait remarquer qu'il n'y a pas en général de point singulier sur la droite de convergence. Je me suis demandé s'il n'y a pourtant pas une certaine relation entre le domaine de convergence de la série et les propriétés analytiques de la fonction qu'elle représente.

Je démontre d'abord qu'à toute fonction $\Omega(x)$, définie par une série de la forme (1), il correspond un nombre l tel que $\Omega(x)$ est holomorphe et bornée dans le demi-plan $\sigma > l + \varepsilon$, mais non dans la bande $l + \varepsilon > \sigma > l - \varepsilon$, ε étant un nombre positif aussi petit qu'on veut. *Ce nombre l est généralement plus petit que l'abscisse de convergence λ.*

Quand x tend vers l'infini en restant dans le demi-plan $\sigma > l + \varepsilon$, la

fonction $\Omega(x)$ tend uniformément vers une limite. Il en est de même de toutes ses dérivées par rapport à $\frac{1}{x}$.

Comment peut-on maintenant prolonger la fonction $\Omega(x)$ jusqu'à la droite $\sigma = l$?

Supposons pour plus de simplicité $l \geqq 0$.

La fonction $\Omega(x)$ définie par la série (1) admet toujours un développement de la forme

$$\Omega(x) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{b_s}{x(x+\omega)\ldots(x+s\omega)}, \tag{2}$$

ω étant un nombre positif et plus grand que 1. Les coefficients b_s dépendent linéairement des nombres $a_0, a_1, \ldots, a_s$. L'abscisse de convergence $\lambda(\omega)$ dépend de ω. C'est une fonction continue de ω qui satisfait à l'inégalité

$$\lambda(\omega') \leqq \lambda(\omega), \qquad \text{si} \qquad \omega' > \omega.$$

Quand ω tend vers l'infini, $\lambda(x)$ *tend vers une limite qui est précisément égale à l.* On peut donc rendre le nombre non négatif $\lambda(\omega) - l$ aussi petit qu'on veut en choisissant convenablement ω.

Il peut arriver qu'il existe un nombre l_1 plus petit que l et tel que la fonction $\Omega(x)$ est holomorphe dans le demi-plan $\sigma > l_1$. En ce cas, d'après ce qu'on vient de voir, la fonction $\Omega(x)$ n'est pas bornée dans la bande $l \geqq \sigma \geqq l_1$. On peut ajouter qu'il en est de même de la fonction $\Omega(x)x^{-n}$, n étant un nombre positif aussi grand qu'on veut. Autrement dit : $\Omega(x)$ *n'est pas d'ordre fini par rapport à l'ordinat dans cette bande.*

En voici un exemple très simple.

Soit γ un nombre positif. L'intégrale

$$\int_0^{\infty} e^{-xt} e^{i\gamma t^2}\, dt$$

représente une transcendante entière bien connue et étudiée pour la première fois par Laplace. Elle admet un développement de la forme (2), ω étant un nombre positif quelconque. L'abscisse de convergence est

$$\frac{\pi\gamma}{\omega}.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales quasi périodiques d'équations différentielles linéaires*. Note de M. **Ernest Esclangon**, présentée par M. Émile Picard.

Nous nous bornerons, dans cette Note, aux équations de la forme

$$\frac{d^n y}{dx^n} + A_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots + A_n y = \varphi(x), \tag{1}$$

où $A_1, A_2, \ldots, A_n$ sont des constantes et $\varphi(x)$ une fonction quasi périodique *uniformément continue* avec la base de périodes $a_1, a_2, \ldots, a_p$.

Soient $r_1, r_2, \ldots, r_k$ les racines de l'équation caractéristique

$$F(r) = r^n + A_1 r^{n-1} + \ldots + A_n = 0 \tag{2}$$

avec les degrés de multiplicité $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k$.

La connaissance d'une intégrale particulière conduit immédiatement à celle de l'intégrale générale.

Or une intégrale particulière est, quelle que soit d'ailleurs la fonction $\varphi(x)$, représentée par l'expression

$$\begin{aligned} y = &- \frac{\alpha_1}{F^{\alpha_1}(r_1)} \int_x^{c_1} e^{r_1(x-u)} (x-u)^{\alpha_1 - 1} \varphi(u)\, du - \ldots \\ &- \frac{\alpha_k}{F^{\alpha_k}(r_k)} \int_x^{c_k} e^{r_k(x-u)} (x-u)^{\alpha_k - 1} \varphi(u)\, du, \end{aligned} \tag{3}$$

et cela quelles que soient les valeurs attribuées aux constantes $c_1, c_2, \ldots, c_k$.

1° Soit r une racine *réelle non nulle*; si elle est positive nous choisirons pour la valeur correspondante de la constante c, $c = +\infty$; nous choisirons $c = -\infty$ si r était négatif. L'intégrale conserve un sens puisque $\varphi(u)$ est bornée.

Si nous posons, en supposant par exemple $r > 0$,

$$\psi(x) = -\frac{\alpha}{F^{\alpha}(r)} \int_x^{+\infty} e^{r(x-u)} (x-u)^{\alpha-1} \varphi(u)\, du,$$

on tire immédiatement

$$\begin{aligned}\psi(x+h)-\psi(x) &= -\frac{\alpha}{F^{\alpha}(r)}\int_{x}^{+\infty} e^{r(x-u)}(x-u)^{\alpha-1}[\varphi(u+h)-\varphi(u)]\,du\\ &= -\frac{\alpha}{F^{\alpha}(r)}[\varphi(\xi+h)-\varphi(\xi)]\int_{x}^{+\infty} e^{r(x-u)}(x-u)^{\alpha-1}\,du\\ &= \frac{-\alpha!}{r^{\alpha}F^{\alpha}(r)}[\varphi(\xi+h)-\varphi(\xi)],\end{aligned}$$

ξ étant une valeur comprise entre x et $+\infty$.

Mais $\varphi(u)$ étant une fonction quasi périodique uniformément continue, la quantité $\varphi(\xi+h)-\varphi(\xi)$ devient infiniment petite uniformément, chaque fois que $\frac{h}{a_1}, \frac{h}{a_2}, \ldots, \frac{h}{a_p}$ deviennent infiniment voisins de nombres entiers; il en résulte qu'il en est de même de $\psi(x+h)-\psi(x)$; que par suite $\psi(x)$ *est une fonction quasi périodique.*

2° Considérons maintenant un *couple de racines imaginaires conjuguées* $\rho+i\omega$, $\rho-i\omega$ de l'équation caractéristique, avec le degré de multiplicité α. En supposant par exemple $\rho>0$ et en associant ces racines dans l'expression (3) de y, et posant

$$F^{\alpha}(\rho+i\omega)=\lambda+i\mu,$$

nous aurons à considérer l'expression

$$\theta(x)=-\frac{2\alpha}{(\lambda^2+\mu^2)}\int_{x}^{+\infty} e^{\rho(x-u)}(x-u)^{\alpha-1}[\lambda\cos\omega(x-u)+\mu\sin\omega(x-u)]\,\varphi(u)\,du.$$

Je dis que $\theta(x)$ est encore une fonction quasi périodique.

Nous aurons, en effet,

$$\begin{aligned}\theta(x+h)-\theta(x) &= \frac{-2\alpha}{(\lambda^2+\mu^2)}\int_{x}^{+\infty} e^{\rho(x-u)}(x-u)^{\alpha-1}\\ &\quad\times[\lambda\cos\omega(x-u)+\mu\sin\omega(x-u)][\varphi(u+h)-\varphi(u)]\,du\\ &= \frac{-2\alpha}{(\lambda^2+\mu^2)}[\lambda\cos\omega(x-\xi)+\mu\sin\omega(x-\xi)]\\ &\quad\times[\varphi(\xi+h)-\varphi(\xi)]\int_{x}^{-\infty} e^{\rho(x-u)}(x-u)^{\alpha-1}\,du\\ &= -\alpha!\,\frac{2}{\rho^{\alpha}(\lambda^2+\mu^2)}[\lambda\cos\omega(x-\xi)+\mu\sin\omega(x-\xi)][\varphi(\xi+h)-\varphi(\xi)],\end{aligned}$$

ξ étant un nombre compris entre x et $+\infty$.

Ceci montre encore que $\theta(x+h)-\theta(x)$ devient infiniment petit chaque

fois que $\varphi(\xi+h)-\varphi(\xi)$ devient infiniment petit, par suite, que $\theta(x)$ *est une fonction quasi périodique*. La démonstration suppose essentiellement $\rho \neq 0$.

L'intégrale particulière (3), en choisissant les constantes $c_1, c_2, \ldots, c_k$ égales à $\pm\infty$ suivant les signes de r ou de ρ, se mettra donc sous la forme d'une somme de fonctions quasi périodiques, et sera elle-même une fonction quasi périodique attachée au corps des périodes $a_1, a_2, \ldots, a_p$.

On voit en résumé que *si l'équation caractéristique ne possède aucune racine, soit nulle soit purement imaginaire, l'équation différentielle* (1) *admet une intégrale quasi périodique*, dont nous avons formé l'expression, et une *seule*, ainsi qu'il est facile en outre de l'établir.

Dans une prochaine Note nous examinerons le cas beaucoup plus compliqué où l'équation caractéristique admet des racines nulles ou purement imaginaires.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une limite inférieure des changements de signe d'une fonction dans un intervalle*. Note de M. **Michel Fekete**, présentée par M. Émile Picard.

1. *Soit $f(x)$ une fonction réelle de la variable réelle x, continue dans l'intervalle $\alpha \leqq x \leqq \beta$. Formons une suite*

$$(1) \qquad {}^{(0)}f(x)=f(x), \quad {}'f(x), \quad {}''f(x), \quad \ldots, \quad {}^{(n)}f(x),$$

contenant un nombre de termes quelconque, et telle que, pour $\alpha \leqq x \leqq \beta$

$$\frac{d}{dx}{}^{(\nu)}f(x) = {}^{(\nu-1)}f(x) \qquad (\nu=1, 2, \ldots, n).$$

Désignons par $v(x)$ le nombre des variations (de signe) dans la suite (1), *x étant un point de l'intervalle (α, β). Alors*

$$(2) \qquad \mathrm{V}+1 \geqq v(\beta)-v(\alpha),$$

où V *désigne le nombre des changements de signe de la fonction $f(x)$ dans l'intervalle $\alpha \leqq x \leqq \beta$.*

Si pour $x=\alpha$ le premier terme de la suite (1) *est différent de zéro, ou si pour $x=\alpha$ tous les termes de la suite* (1) *s'annulent, on a l'inégalité plus*

précise (¹)

(3) $$V \geqq v(\beta) - v(\alpha).$$

Dans la démonstration, il suffit de se restreindre au cas où $f(x)$ n'a qu'un nombre fini des changements de signe. Dans ce cas on peut démontrer ce théorème par induction de n à $n+1$, à l'aide des lemmes suivants :

A. *Soit* $\varphi(x)$ *une fonction réelle de la variable* x, *définie dans l'intervalle* $\alpha \leqq x \leqq \beta$, *ne s'y annulant pas identiquement et ayant une dérivée continue* $\varphi'(x)$ *dans le même intervalle. Si une des quatre paires de conditions*

1°	$\operatorname{sg} \varphi(\alpha)\varphi'(\alpha) = +1$,	$\varphi(\beta) = 0$;
2°	$\operatorname{sg} \varphi(\alpha)\varphi'(\alpha) = +1$,	$\operatorname{sg} \varphi(\beta)\varphi'(\beta) = -1$;
3°	$\varphi(\alpha) = 0$,	$\operatorname{sg} \varphi(\beta)\varphi'(\beta) = -1$;
4°	$\varphi(\alpha) = 0$,	$\varphi(\beta) = 0$,

est remplie, $\varphi'(x)$ change au moins une fois de signe dans l'intervalle (α, β).

B. En reprenant les hypothèses relatives à $\varphi(x)$, adoptées au début du lemme précédent, désignons par V, resp. V′, le nombre (fini) des changements de signe de $\varphi(\alpha)$, resp. $\varphi'(\alpha)$, dans l'intervalle (α, β). Alors on a

$$V' \geqq V - 1 + \varepsilon + \eta,$$

où $\varepsilon = 1$, si $\operatorname{sg}\varphi(\alpha)\varphi'(\alpha) = +1$ ou $\varphi(\alpha) = 0$, et $\varepsilon = 0$ dans tout autre cas; de plus $\eta = 1$, si $\operatorname{sg}\varphi(\beta)\varphi'(\beta) = -1$ ou $\varphi(\beta) = 0$, et $\eta = 0$ dans tout autre cas.

2. La suite (1) contient $f(x)$ et ses intégrales indéfinies successives. On obtient un cas particulier intéressant en prenant toujours comme limite inférieure de l'intégration la limite inférieure α de l'intervalle considéré (α, β). Dans ce cas, nous avons donc

$$^{(0)}f(x) = f(x), \quad {}'f(x) = \int_\alpha^x f(t)\,dt, \quad {}''f(x) = \int_\alpha^x {}'f(t)\,dt, \quad \ldots,$$

et l'inégalité (3) *fournit le résultat plus simple*

$$V \geqq v(\beta).$$

(¹) Si la fonction réelle $f(x)$ est régulière et n'a que des racines simples dans l'intervalle (α, β), l'inégalité (3) se déduit immédiatement d'un théorème remarquable de M. Hurwitz : *Ueber den Satz von Budan-Fourier* (*Math. Ann.*, t. LXXI, p. 589).

3. Le théorème du n° 1, modifié légèrement, m'a permis d'établir le théorème suivant [1] :

« Soit $f(x) = \sum_0^\infty a_n x^n$ une série entière à coefficients réels, convergente pour $|x| < \rho$, et ξ $(0 < |\xi| < \rho)$ une racine réelle de $f(x)$ d'ordre de multiplicité k. *Alors les polynomes $j_n(x)$ de M. Jensen* [2] *relatifs à la série $\sum_0^\infty a_n x^n$,*

$$j_n(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2\left(1 - \frac{1}{n}\right) + a_3 x^3\left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(1 - \frac{2}{n}\right) + \ldots$$
$$+ a_n x^n\left(1 - \frac{1}{n}\right)\cdots\left(1 - \frac{n-1}{n}\right) \qquad (n = 1, 2, \ldots, \infty),$$

qui convergent uniformément vers $f(x)$ dans tout domaine intérieur au cercle $|x| = \rho$, *ont exactement k racines réelles et distinctes, convergentes vers ξ pour $n = \infty$.* C'est-à-dire, le nombre positif δ étant suffisamment petit, on a k racines simples du polynome $j_n(x)$ dans l'intervalle $(\xi - \delta, \xi + \delta)$, lorsque n est suffisamment grand. »

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur un problème de M. Baire.* Note de M. N. LUSIN, présentée par M. Émile Picard.

1. On sait que M. Baire a donné une propriété générale des fonctions qui rentrent dans sa classification. Toute fonction de classe déterminée est ponctuellement discontinue sur tout ensemble parfait quand on néglige les ensembles de première catégorie par rapport à cet ensemble parfait. La question se pose alors de savoir si cette condition, *nécessaire* pour qu'une fonction rentre dans la classification de M. Baire, est aussi suffisante. Cette question a été posée par M. Baire lui-même. Le but de la présente Note est de montrer que *si la puissance du continu est aleph-un*, il existe des fonctions jouissant de cette propriété nécessaire de M. Baire *et ne rentrant pas* dans sa classification.

2. THÉORÈME I. — *Si la puissance du continu est aleph-un, il existe dans*

---

(1) Cf. avec le résultat de ma Note dans ces *Comptes rendus*, t. 157, p. 574.
(2) *Acta math.*, t. XXXVI, p. 184.

l'intervalle (0,1) *un ensemble* E *ayant la puissance du continu tel que tout ensemble parfait non dense dans* (0,1) *contient au plus un ensemble dénombrable des points de* E.

Supposons que la puissance du continu soit aleph-un. Nous pouvons écrire alors tous les points x de l'intervalle $(0 \leqq x \leqq 1)$ sous la forme d'un ensemble bien ordonné

(I) $$x_0 x_1 x_2 \ldots x_n \ldots x_\omega \ldots x_\alpha \ldots | \Omega,$$

où α est un nombre de classe II. Considérons, d'autre part, l'ensemble de tous ensembles parfaits π non denses dans $(0 \leqq x \leqq 1)$. On sait que cet ensemble a la puissance du continu. Nous pouvons donc écrire tous ces ensembles parfaits π sous la forme d'un ensemble bien ordonné

(II) $$\pi_0 \pi_1 \pi_2 \ldots \pi_n \ldots \pi_\omega \ldots \pi_\alpha \ldots | \Omega.$$

Prenons le premier ensemble parfait π_0. Les points de π_0 forment dans l'ensemble (I) un ensemble bien ordonné. Désignons par ξ_0 le premier élément de cet ensemble et supprimons dans (I) tous les points de π_0. Parmi les ensembles π de (II), il existe dans (II) un premier (soit π_{α_1}, $\alpha_1 > 0$) tel qu'il contient des points non supprimés dans (I). Les points de π_{α_1} qui ne sont pas supprimés dans (I) forment dans (I) un ensemble bien ordonné. Désignons par ξ_1 le premier élément de cet ensemble et supprimons dans (I) tous les points de π_{α_1}.

Parmi les ensembles π de (II), il existe dans (II) un premier (soit π_{α_2}, $\alpha_2 > \alpha_1$) tel qu'il contient des points non supprimés dans (I). Les points de π_{α_2} qui ne sont pas supprimés dans (I) forment dans (I) un ensemble bien ordonné. Désignons par ξ_2 le premier élément de cet ensemble et supprimons dans (I) tous les points de π_{α_2}. On peut continuer l'application de la méthode indéfiniment. On forme de cette manière un ensemble dénombrable de points $\xi_0, \xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$, correspondant à celui des ensembles parfaits $\pi_0, \pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n, \ldots$ $(0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \ldots < \alpha_n < \ldots)$. Or l'ensemble qui est formé par réunion des ensembles parfaits non denses $\pi_0, \pi_{\alpha_1}, \pi_{\alpha_2}, \ldots, \pi_{\alpha_n}, \ldots$ est un ensemble de première catégorie dans $(0 \leqq x \leqq 1)$. Donc, les points des $\pi_0, \pi_{\alpha_1}, \pi_{\alpha_2}, \ldots, \pi_{\alpha_n}, \ldots$ étant supprimés dans (I), il reste encore des points dans (I), en infinité non dénombrable. Il en résulte que, parmi les ensembles π de (II), il existe dans (II) un premier (soit π_{α_ω}, $\alpha_\omega > \alpha_n$) tel qu'il contient des points non supprimés dans (I).

Ces points de π_{α_ω} forment dans (I) un ensemble bien ordonné. Désignons

par ξ_ω le premier élément de cet ensemble et supprimons dans (I) tous les points de π_{α_ω}. La réunion des ensembles $\pi_0, \pi_{\alpha_1}, \pi_{\alpha_2}, \ldots, \pi_{\alpha_n}, \ldots, \pi_{\alpha_\omega}$ étant de première catégorie dans $(0 \leqq x \leqq 1)$, il existe, parmi les ensembles π de (II), un premier (soit $\pi_{\alpha_{\omega+1}}$, $\alpha_{\omega+1} > \alpha_\omega$) qui contient des points non supprimés dans (I).

Nous arrivons ainsi à la détermination de $\xi_{\omega+1}$. Et ainsi de suite. En procédant de cette manière, nous finirons par déterminer sans ambiguïté un ensemble E de points de $(0 \leqq x \leqq 1)$

(E) $$\xi_0 \xi_1 \xi_2 \ldots \xi_n \ldots \xi_\omega \ldots \xi_\alpha \ldots | \Omega$$

ayant la puissance du continu. Il est bien évident que *tout* l'ensemble parfait non dense dans $(0 \leqq x \leqq 1)$ (par exemple π_α) contient au plus un ensemble *dénombrable* de points de E. (C. Q. F. D.)

On peut toujours supposer que l'ensemble E ne contient que des points *irrationnels;* sinon supprimons dans E tous les points rationnels, ce qui ne change aucune des propriétés de E ni sa puissance.

Théorème II. — *Si la puissance du continu est aleph-un, il existe dans l'intervalle* (0, 1) *un ensemble* G *ayant la puissance du continu qui est de première catégorie dans tout ensemble parfait* (dense ou non) *situé dans* (0, 1).

Prenons, dans l'intervalle $(0 \leqq x \leqq 1)$, l'ensemble K de tous points représentables par des fractions continues illimitées dans lesquelles le quotient incomplet de rang n croît indéfiniment avec n. M. Baire a établi, entre l'ensemble S de toutes les suites d'entiers positifs $(i_1, i_2, i_3, \ldots, i_n, \ldots)$ et l'ensemble K, une correspondance bien déterminée *biunivoque et réciproque* ayant les propriétés singulières (*Acta mathematica*, t. XXX, p. 42). Considérons, d'autre part, l'ensemble de tous points irrationnels du domaine $(0 \leqq y \leqq 1)$. Un point irrationnel de ce domaine $(0 \leqq y \leqq 1)$ est représentable d'une manière bien déterminée par une fraction continue illimitée $(i_1, i_2, i_3, \ldots, i_n, \ldots)$ et réciproquement, de telle sorte qu'il y a une correspondance biunivoque et réciproque entre l'ensemble des nombres irrationnels du domaine $(0 \leqq y \leqq 1)$ et l'ensemble S des suites infinies d'entiers positifs $(i_1, i_2, i_3, \ldots, i_n, \ldots)$. Nous établissons de la sorte, entre l'ensemble de tous points irrationnels du domaine $(0 \leqq y \leqq 1)$ et l'ensemble K, une correspondance bien déterminée biunivoque et réciproque ayant les propriétés singulières. Désignons par Z cette correspondance bien déterminée. Cela posé, prenons, dans le domaine $(0 \leqq y \leqq 1)$, l'ensemble E ne contenant que des points irrationnels et ayant les propriétés signalées par le théorème I.

La correspondance Z fait correspondre à l'ensemble E du domaine $(0 \leq y \leq 1)$ un ensemble bien déterminé G contenu dans l'ensemble K et ayant la puissance du continu.

C'est cet ensemble G *qui est de première catégorie dans tout ensemble parfait* (*dense ou non*) *situé dans l'intervalle* $(0 \leq x \leq 1)$. Nous omettons la démonstration de ce fait qui est un peu longue pour mettre ici. Remarquons seulement qu'on peut toujours supposer l'ensemble G *non mesurable* (B). En effet, l'ensemble de tous ensembles mesurables (B) a la puissance du continu. D'autre part la puissance de G étant celle du continu, l'ensemble de tous sous-ensembles de G a une puissance supérieure à celle du continu. Donc, il existe un sous-ensemble H de G non mesurable (B) ayant la puissance du continu. Cet ensemble H satisfait, évidemment, à l'énoncé du théorème proposé.

Théorème III. — *Si la puissance du continu est aleph-un, il existe une fonction possédant la propriété nécessaire de M. Baire et non représentable analytiquement.*

Prenons, en effet, dans $(0 \leq x \leq 1)$ l'ensemble G du théorème II. La fonction $f(x)$ égale à 1 dans G et égale à zéro en dehors de G, est une fonction non représentable analytiquement; car l'ensemble G est non mesurable (B). D'autre part, quel que soit un ensemble parfait P (dense ou non) dans $(0 \leq x \leq 1)$, la fonction $f(x)$ est égale à zéro partout dans P, sauf un ensemble de première catégorie dans P. Par conséquent $f(x)$ est ponctuellement discontinue (même uniformément continue) sur tout ensemble parfait quand on néglige les ensembles de première catégorie par rapport à cet ensemble parfait. (C. Q. F. D.)

GÉOMÉTRIE. — *Sur les surfaces algebriques doubles ayant un nombre fini de points de diramation.* Note de M. **Lucien Godeaux**, présentée par M. Émile Picard.

Soit Φ une surface algébrique de genre arithmétique $\pi_a \geq -1$. Supposons que cette surface puisse être considérée comme une surface double ayant un nombre fini de points de diramation ([1]). En d'autres termes, supposons qu'il existe, sur une certaine surface algébrique F, une involution I_2,

([1]) Je traduis par *diramation* le mot italien *diramazione*.

d'ordre 2, ayant un nombre fini de points de coïncidence, dont la surface Φ soit une image. Proposons-nous de rechercher quelles sont les conditions pour que, étant donnée la surface Φ, la surface F existe.

On peut toujours trouver sur Φ un système linéaire $|\Gamma|$, régulier, dépourvu de points-base, simple, dont le genre π et le degré n satisfont à l'inégalité

$$n - \pi > \pi_a + 1.$$

La dimension de $|\Gamma|$ est, d'après le théorème de Riemann-Roch, $\rho = n - \pi + \pi_a + 1$. En rapportant projectivement les courbes Γ aux hyperplans d'un S_ρ, on transforme Φ en une surface (que nous désignerons toujours par Φ) simple, d'ordre n. On supposera $|\Gamma|$ choisi de telle manière qu'aux points de diramation de la surface dont on part correspondent des points de la nouvelle surface Φ.

Aux courbes Γ correspondent, sur F, des courbes C de degré $2n$ et de genre $2\pi - 1$, appartenant à un système linéaire $|C|$ de dimension r supérieure à ρ.

Ainsi que je l'ai montré précédemment ([1]), en chaque point de diramation, la surface Φ possède un point double conique, et le nombre de ces points est

$$\sigma = 4(2\pi_a - p_a + 1),$$

p_a désignant le genre arithmétique de F.

Dans le système linéaire $|C|$, I_2 engendre une homographie involutive. Il est facile de voir qu'il y a deux systèmes de courbes de $|C|$ invariantes pour I_2; l'un, de dimension ρ, contient les transformées des courbes Γ; l'autre, de dimension $r - \rho - 1$, contient les transformées des courbes Γ_0 d'un certain système linéaire $|\Gamma_0|$ de Φ.

Si nous désignons par $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots, \Gamma_\sigma$ les courbes rationnelles de degré -2 équivalentes, au point de vue des transformations birationnelles, aux points de diramation, on a

$$2\Gamma_0 + \Gamma_1 + \Gamma_2 + \ldots + \Gamma_\sigma \equiv 2\Gamma.$$

Parmi les hypersurfaces découpant sur Φ les courbes du système $|2\Gamma|$,

---

([1]) *Sur les involutions n'ayant qu'un nombre fini de points unis, appartenant à une surface algébrique* (*Comptes rendus*, 23 mars 1914). Je dois rectifier un point de cette Note. Au n° 2, il peut arriver qu'il y ait ∞^{r-1} courbes C ayant un point p-uple en P. La surface Φ a alors un point p-uple conique en P'. Les courbes Γ passant par ce point ont le genre $\pi - p + 1$ et il peut donc exister des points unis parfaits pour des involutions d'ordre $p > 2$, contrairement à ce que j'avais dit.

il y a eu ∞^{r-p_1-1} passant par les points de ramification et touchant Φ le long des courbes Γ_0.

Soient $f(x_1, x_2, \ldots, x_\rho) = 0$ l'équation d'une de ces hypersurfaces, $\varphi_1(x_1, x_2, \ldots, x_\rho) = 0$, $\varphi_2(x_1, x_2, \ldots, x_\rho) = 0$, ..., $\varphi_{\rho-2}(x_1, x_2, \ldots, x_\rho) = 0$ les équations de Φ. La surface F a pour équations

$$\varphi_1 = 0, \qquad \varphi_2 = 0, \qquad \ldots, \qquad \varphi_{\rho-2} = 0, \qquad x_{\rho+1}^2 = f.$$

Le système $|\Gamma_0|$ a le degré $n - 2(2\pi_a - p_a + 1)$, le genre $\pi - (2\pi_a - p_a + 1)$ et la dimension $r - \rho - 1$.

Pour que F existe, il faut et il suffit que le nombre des points de diramation soit multiple de 4 et que le système $|\Gamma_0|$ existe.

Toutefois, il peut arriver que l'existence de $|\Gamma_0|$ se déduise de celle des points de ramification. C'est le cas pour la surface de *Kummer* (qui représente une involution d'ordre 2 appartenant à une surface de *Jacobi*).

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur les quasi-ondes à trois dimensions.* Note de M. **Louis Roy**, présentée par M. Boussinesq.

Ainsi que nous l'avons fait pour une seule dimension ([1]), nous allons rechercher ce que devient, dans le cas de trois dimensions, l'intégrale de l'équation

$$\Lambda \frac{\partial\, \Delta\varphi}{\partial t} + a^2 \Delta\varphi - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0, \tag{1}$$

lorsque le coefficient de viscosité $\Lambda = 2a^2\lambda$ est très petit. D'après la formule (3) de notre Note du 27 avril, nous devons chercher les valeurs asymptotiques des fonctions $\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial y}$, $\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial y}$ lorsque la variable $\tau = \frac{t}{\lambda}$ est très grande. L'étude des intégrales qui définissent ces fonctions montre qu'on a

$$-\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial y} \sim \frac{1}{\lambda} \int_0^\infty e^{-\theta\alpha^2} \alpha(\alpha \sin \alpha\tau + \cos \alpha\tau) \sin \alpha y \, d\alpha,$$

$$-\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial y} \sim \int_0^\infty e^{-\theta\alpha^2} \sin \alpha\tau \sin \alpha y \, d\alpha,$$

les signes $\sim$ indiquant des égalités asymptotiques où les termes négligés

---

([1]) L. Roy, *Comptes rendus*, t. 156, 28 avril 1913, p. 1309.

sont, quel que soit y, au plus de l'ordre de $\frac{\tau}{\lambda\sqrt{\theta^5}}$ pour la première et de l'ordre de $\frac{\tau}{\theta^2}$ pour la deuxième.

Or, ces dernières intégrales sont aisément calculables en termes finis et l'on obtient ainsi les valeurs asymptotiques des fonctions

$$(2) \qquad -\frac{\partial}{\partial r}\mathcal{F}\left(\frac{r}{a\lambda}, \frac{t}{\lambda}\right), \qquad -\frac{\partial}{\partial r}\mathcal{G}\left(\frac{r}{a\lambda}, \frac{t}{\lambda}\right),$$

qui figurent dans l'intégrale de l'équation (1).

Cela posé, imaginons tout d'abord qu'on attribue à Λ une valeur fixe et qu'on fasse croître t indéfiniment, τ croîtra aussi indéfiniment et l'on reconnaît alors que les expressions asymptotiques des fonctions (2) tendent vers zéro. L'intégrale $\varphi(x, y, z, t)$ tend donc elle-même vers zéro pour t infini.

Supposons maintenant qu'on fasse tendre Λ vers zéro, t ayant une valeur positive quelconque : τ croîtra encore indéfiniment, et, pour Λ très petit, nous pourrons remplacer dans l'intégrale les fonctions (2) par leurs valeurs approchées. On obtient ainsi l'expression asymptotique correspondante de l'intégrale, que nous représenterons par $\varphi(x, y, z, t, \Lambda)$,

$$(3) \quad \varphi(x, y, z, t, \Lambda)$$
$$\sim \frac{1}{2\left[\sqrt{\pi(\varepsilon+2\Lambda t)}\right]^3}\iiint_{-\infty}^{\infty}\left(\left\{r-at+\frac{\Lambda}{a}\left[\frac{1}{2}-\frac{(r-at)^2}{\varepsilon+2\Lambda t}\right]\right\}e^{-\frac{(r-at)^2}{\varepsilon+2\Lambda t}}\right.$$
$$\left.+\left\{r+at-\frac{\Lambda}{a}\left[\frac{1}{2}-\frac{(r+at)^2}{\varepsilon+2\Lambda t}\right]\right\}e^{-\frac{(r+at)^2}{\varepsilon+2\Lambda t}}\right)\frac{f(\xi, \eta, \zeta)}{r}\,d\xi\,d\eta\,d\zeta$$
$$+\frac{1}{4a\sqrt{\pi^3(\varepsilon+2\Lambda t)}}\iiint_{-\infty}^{\infty}\left[e^{-\frac{(r-at)^2}{\varepsilon+2\Lambda t}}-e^{-\frac{(r+at)^2}{\varepsilon+2\Lambda t}}\right]\frac{g(\xi, \eta, \zeta)}{r}\,d\xi\,d\eta\,d\zeta,$$

égalité où les termes négligés sont au plus de l'ordre de Λ^2.

Si, dans l'expression précédente, nous faisons tendre Λ vers zéro, on reconnaît qu'on a

$$\lim_{\Lambda=0}\varphi(x, y, z, t, \Lambda) = \varphi(x, y, z, t, 0),$$

$\varphi(x, y, z, t, 0)$ désignant l'intégrale relative aux mêmes conditions initiales de l'équation (1) où l'on fait $\Lambda = 0$. Cette dernière intégrale peut s'obtenir en suivant une marche identique à celle que nous avons suivie quand Λ n'était pas nul, ou encore, mais moins simplement, par le procédé de Poisson. Ainsi, l'intégrale de l'équation (1) est continue par rapport à Λ pour $\Lambda = 0$.

Il résulte de cette continuité qu'il y a *quasi-propagation* lorsque la viscosité est très petite; l'égalité (3) représente alors, par exemple, une *quasi-onde* de dilatation.

Supposons, pour fixer les idées, qu'on ait $f(x, y, z) = 0$ et que la fonction $g(x, y, z)$ soit nulle en dehors d'une région infiniment petite comprenant l'origine; la formule (3) se réduira à sa deuxième intégrale. Posons alors

$$A = \iiint_{-\infty}^{\infty} g(\xi, \eta, \zeta)\, d\xi\, d\eta\, d\zeta;$$

au bout d'un certain temps et à une distance r suffisamment grande de l'origine, la deuxième exponentielle deviendra négligeable devant la première et il viendra très sensiblement

$$\varphi(r, t, \Lambda) \sim \frac{A}{4ar\sqrt{\pi^3(\varepsilon + 2\Lambda t)}} e^{-\frac{(r-at)^2}{\varepsilon + 2\Lambda t}}.$$

Cette formule montre qu'une viscosité très faible a pour effet, non seulement d'éteindre graduellement la quasi-onde et de l'étaler suivant les rayons vecteurs, mais aussi d'augmenter légèrement le décalage de son sommet vers l'intérieur de la sphère de rayon $r = at$.

PHYSIQUE. — *Rectification à notre Note intitulée : Photométrie de la résonance superficielle de la vapeur de sodium sous l'excitation des raies* D. *Finesse des raies de résonance* [1]. Note de MM. **L. Dunoyer** et **R.-W. Wood**.

Une erreur s'est glissée à la base du calcul qui nous a conduit, dans la Note en question, à l'évaluation de la largeur des raies émises par la résonance superficielle de la vapeur de sodium. La répartition de l'énergie dans une raie spectrale n'est pas donnée par la formule

$$y = C\, e^{-kx}$$

comme nous l'avons écrit en recopiant par inadvertance une faute d'impression [2] du Mémoire de MM. Fabry et Buisson qui nous servait de base, mais par la formule

$$y = C\, e^{-kx^2}.$$

---

(1) L. Dunoyer et R.-W. Wood, *Comptes rendus*, t. 158, 14 avril 1914, p. 1068.

(2) Ch. Fabry et Buisson, *Journal de Physique*, t. II, 1912, p. 444 (dernière ligne).

Dans cette équation x désigne la distance, en longueurs d'onde, du centre de la raie au point où l'intensité est y.

Le mode de calcul reste d'ailleurs le même et son résultat numérique n'est pas beaucoup changé. On trouve cependant que les raies de résonance doivent être encore plus fines que nous ne l'avons dit. Indiquons ce calcul d'une manière complète.

L'intensité totale I de chacune des raies excitatrices est donnée par la formule

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} C e^{-kx^2} dx = \frac{C\sqrt{\pi}}{\sqrt{k}}.$$

L'intensité I' de la raie de résonance superficielle correspondante est d'autre part donnée par la formule

$$I' = \int_{-x_1}^{+x_1} C e^{-kx^2} dx = \frac{2C}{\sqrt{k}} \int_0^{\sqrt{k}x_1} e^{-u^2} du;$$

on a donc

$$\frac{I'}{I} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{k}x_1} e^{-u^2} du.$$

Il existe des Tables de l'intégrale écrite au second nombre (voir par exemple le *Calcul des probabilités* de M. Bachelier). On peut, d'après ces Tables, connaître la limite supérieure $\sqrt{k}x_1$, qui donne au second membre une valeur égale au rapport $\frac{I'}{I}$ supposé connu.

D'après nos expériences, et en supposant que le rapport entre l'intensité de la résonance superficielle et celle de la lumière excitatrice est le même pour les deux raies D, on a

$$\frac{I'}{I} = 0,25.$$

On en déduit, d'après les Tables,

$$\sqrt{k}\, x_1 = 0,225. \tag{1}$$

La quantité k est d'ailleurs définie par la largeur des raies excitatrices. En adoptant la convention de MM. Fabry et Buisson qui consiste à prendre pour bord de la raie l'abscisse qui correspond à une intensité égale à la moitié de l'intensité au centre, la demi-largeur de la raie, ε, vérifie l'équation

$$e^{-k\varepsilon^2} = \frac{1}{2},$$

d'où

$$(2) \qquad \sqrt{k}\varepsilon = \sqrt{\text{Log}\,2}.$$

Des équations (1) et (2) on tire

$$x_1 = \varepsilon \frac{0,225}{\sqrt{\text{Log}\,2}} = 0,27\,\varepsilon.$$

Les raies de résonance sont donc à peu près quatre fois moins larges que les raies excitatrices. Si l'on admet, avec MM. Fabry et Buisson, la valeur

$$\varepsilon = 0,04\,\text{Å}$$

pour les raies D émises par une flamme très pauvre en sodium, analogue à celle qui nous a donné pour le rapport $\frac{I'}{I}$ la valeur 0,25, on trouve, pour la largeur des raies de résonance,

$$0,0216\,\text{Å}$$

au lieu de 0,032 Å, comme nous l'avions indiqué.

Par un procédé qui rappelle l'application de la réflexion sélective à la découverte des rayons restants, le phénomène de la résonance superficielle nous permet donc d'isoler, au centre de l'étroit domaine spectral qui constitue les raies D d'émission les plus pures qui soient actuellement connues, un domaine près de quatre fois plus étroit, d'une largeur un peu plus faible que les étalons spectrométriques que fournit l'arc au fer, mais cependant trois fois plus large encore que l'une des raies les plus fines, la raie rouge du cadmium.

PHYSIQUE. — *Dispositif hydrodynamique pour l'amplification et l'enregistrement des signaux radiotélégraphiques.* Note de M. **F. Charron**, présentée par M. E. Bouty.

Les méthodes d'enregistrement actuellement en usage utilisent, pour la plupart, des relais électromagnétiques, actionnant ordinairement un second relais plus robuste ou un télégraphe Morse.

Le dispositif que j'expose dans cette Note est entièrement différent et fait appel aux propriétés des jets gazeux.

On sait que dans certaines conditions des jets gazeux, enflammés ou non, sont sensibles aux sons. Ces phénomènes ont été étudiés en particulier par

Govi [1], par M. Bouty [2] et par Fiorentino [3]. Ce dernier explorait les différentes parties d'un jet en y plaçant l'orifice d'un tube relié à l'oreille.

J'ai pensé que je pourrais amplifier les vibrations d'un téléphone, et aussi les inscrire en ayant recours à l'énergie d'un jet sensible.

A cet effet, l'écouteur téléphonique d'un poste récepteur de T. S. F. est légèrement modifié; au lieu de présenter une large ouverture, il s'ouvre dans l'air par un étroit ajutage a qui concentre les vibrations sur l'orifice d'un tube capillaire vertical t perpendiculaire à l'axe de l'ajutage. Par ce tube t sort un jet de gaz d'éclairage, avec une vitesse d'écoulement telle qu'il soit sur le point de passer du régime calme au régime turbulent.

L'orifice étroit d'un tube assez large T se présente à quelques centimètres au-dessus de l'ajutage a et dans l'axe du jet gazeux. Ce tube T est relié, soit à un pavillon, soit à une capsule fermée par une membrane.

Lorsque le téléphone résonne, même très faiblement, il produit des perturbations dans le jet gazeux qui se manifestent par un son assez intense lorsque le tube T est relié à un pavillon. Les signaux de la tour Eiffel, reçus à mon laboratoire de l'Université d'Angers, se font ainsi entendre aisément à 20^m.

Le même tube T peut être relié également à une capsule dont la membrane vibre alors à l'unisson de la plaque du téléphone.

En outre, la *pression moyenne dans la capsule baisse brusquement aussitôt que le téléphone résonne*. En effet, dans le régime calme, les filets gazeux rencontraient normalement l'orifice du tube T relié à la capsule et déterminaient dans celle-ci une certaine pression, supérieure à celle de l'air ambiant. Lorsque les vibrations du téléphone viennent troubler le jet, les filets gazeux rencontrent le même orifice dans des directions non axiales et déterminent, dans la capsule, une pression moyenne inférieure à la précédente.

Un levier d'aluminium, dont la petite branche s'appuie sur la membrane, a un moment d'inertie suffisant pour n'être guère sensible qu'aux variations de pression et non aux vibrations elles-mêmes. La grande branche porte une plume capable d'inscrire les signaux sur une bande de papier qui se déroule.

Les différents gaz ne donnent pas des résultats identiques, l'hydrogène convient mieux que le gaz d'éclairage; l'air, au contraire, un peu moins bien.

Cette méthode permet d'enregistrer ainsi, *sans récepteur Morse*, avec un appareil très simple des signaux faibles, qu'on n'entend plus à un téléphone ordinaire dès qu'il est écarté de l'oreille. Les signaux musicaux s'inscrivent aussi bien que les autres; dans tous les cas le tracé, composé de traits et de points, est identique à celui d'un récepteur Morse.

---

[1] *Journal de Physique*, 1873.

[2] *Journal de Physique*, 1895-1896.

[3] *Il Nuovo Cimento*, 1903.

J'ai pu enregistrer très aisément à Angers les signaux de la tour Eiffel avec une antenne mal isolée de 60^m de longueur. Avec une meilleure antenne (2 fils parallèles de 124^m), j'ai même pu enregistrer les signaux envoyés par Nordeich à midi, signaux considérés comme difficiles à saisir.

OPTIQUE. — *Mesures interférentielles de vitesses radiales et de longueurs d'onde dans la nébuleuse d'Orion.* Note de MM. **H. Bourget**, **H. Buisson** et **Ch. Fabry**, présentée par M. Villard.

Le dispositif interférentiel que nous avons précédemment décrit [1] pour l'étude de la lumière des nébuleuses permet des mesures précises des longueurs d'onde des diverses radiations; par comparaison avec les sources terrestres on peut obtenir les vitesses radiales aux différents points de l'astre.

Avant et après la pose photographique sur la nébuleuse, on photographie sur des plaques séparées les anneaux produits par une radiation connue (raie violette du mercure); ces anneaux jouent le rôle du spectre de comparaison dans la méthode spectroscopique ordinaire. Une croisée de fils, placée dans le plan focal du télescope, fait son image sur la plaque et sert d'axes de coordonnées pour relier les uns aux autres les divers systèmes d'anneaux. L'étalon interférentiel a été orienté de telle façon que le centre des anneaux soit très près de la croisée des fils du réticule. La position de ce centre, qui est le point de la plaque photographique correspondant à la normale aux surfaces de l'étalon interférentiel, est exactement repérée par rapport au réticule par la mesure des anneaux de mercure. Sur le cliché de la nébuleuse, la position de ce centre se trouve ainsi reportée grâce à l'image du réticule. On mesure alors sur ce cliché les distances de ce centre aux divers points d'un anneau. Ces distances seraient égales si tous les points avaient la même vitesse radiale. Il n'en est généralement pas ainsi, et la comparaison des divers rayons donne, par un calcul facile, les différences des vitesses radiales aux divers points, sans qu'il soit nécessaire de connaître exactement la longueur d'onde de la raie utilisée.

Nous avons fait ces mesures différentielles de vitesse sur des clichés obtenus avec une différence de marche de 2^{mm} en utilisant, soit la raie de l'hydrogène $H\gamma$, soit le groupe ultraviolet du nébulium qui a l'avantage d'être plus intense et de donner des interférences plus nettes.

Les clichés obtenus avec la raie de l'hydrogène permettent, en outre, de calculer les valeurs absolues des vitesses radiales par rapport à la Terre,

[1] *Comptes rendus*, 6 avril 1914.

par comparaison avec les interférences données par la même radiation provenant d'un tube de Geissler. Pour cela, une comparaison est faite au laboratoire, avec le même appareil interférentiel, entre la raie de l'hydrogène et la raie violette du mercure qui ne sert ainsi que d'intermédiaire commode et dont la longueur d'onde s'élimine. En tenant compte de la vitesse de la Terre, on obtient les vitesses radiales des différents points de la nébuleuse par rapport au Soleil.

Tous nos clichés de la nébuleuse ont été faits en centrant les anneaux sur la région du trapèze; on peut mesurer jusqu'au sixième ou septième anneau, ce qui permet d'étudier les vitesses radiales dans l'intérieur d'un cercle d'environ 4′ de diamètre. L'intensité lumineuse est d'ailleurs assez grande pour permettre des mesures plus étendues, mais il faudrait placer le centre des anneaux dans d'autres régions de la nébuleuse.

Résultats. — Dans la région qui entoure le trapèze, la vitesse radiale moyenne par rapport au Soleil est de $+15^{\text{km}},8$ par seconde, c'est-à-dire que la nébuleuse et le Soleil s'éloignent l'un de l'autre. Ce nombre est la moyenne des valeurs trouvées pour 58 points répartis dans 12 directions autour du trapèze dans un rayon de 2′ environ.

D'autre part, les mesures manifestent des variations de vitesses radiales d'un point à un autre; cette énorme masse gazeuse n'est pas en repos relatif. Dans certaines régions, les anneaux montrent des déformations locales, indiquant des mouvements rapides mais de faible étendue; de pareils mouvements se manifestent dans la région située au sud-est du trapèze, en allant vers l'étoile 685 de Bond. En outre, il existe de grands mouvements d'ensemble. Par rapport à la vitesse moyenne, la région NE s'éloigne avec une vitesse de l'ordre de 5^{km} par seconde, tandis que la région SW se rapproche avec à peu près la même vitesse. En gros, la région étudiée a une sorte de mouvement de rotation autour de la ligne SE, NW, mais avec de nombreuses irrégularités.

Pour ce genre d'études, la méthode interférentielle a l'avantage de donner en une seule fois les vitesses radiales de toute une surface de l'astre, tandis qu'un spectroscope ordinaire ne permet d'étudier que les points projetés sur la fente. L'effet des vitesses radiales sur les interférences est considérable : avec la raie 3700 et une différence de marche de 2^{mm}, la variation de vitesse radiale due au mouvement de la Terre produit, entre une quadrature et la suivante, une variation d'un anneau entier.

Longueur d'onde des raies du nébulium. — Une fois les vitesses radiales connues, on peut mesurer les longueurs d'onde des raies d'origine inconnue

et les ramener à la valeur qu'elles auraient pour une source en repos par rapport à l'observateur.

Nous avons fait cette détermination sur la forte ligne ultraviolette qui est double comme Wright l'a indiqué. La mesure des deux raies se fait sur le même cliché, obtenu avec un étalon interférentiel d'épaisseur choisie de telle manière que les systèmes d'anneaux des deux radiations soient complètement séparés. Une première mesure, faite avec une différence de marche de 260^{μ} a donné une première approximation; la mesure définitive a été faite avec une différence de marche de $1^{mm},3$. Les valeurs, rapportées au système international des longueurs d'onde, sont 3726,100, 3728,838.

La première de ces deux raies est la plus intense. Les valeurs données sont exactes avec une précision de l'ordre du $\frac{1}{100}$ d'Angström.

Ces mesures précises donnent une base sûre pour chercher l'identification de ces raies avec celles d'éléments terrestres. Le résultat est qu'elles ne sont émises par aucun corps connu.

PHOTOMÉTRIE. — *Sur la loi de la réflexion de lumière par les substances mates.* Note de M. B. **Fessenkoff**, présentée par M. P. Puiseux.

Imaginons avec Zöllner, Lommel et Seeliger que la quantité L de lumière de longueur d'onde λ pénètre à une certaine profondeur à l'intérieur du corps, sous l'angle d'incidence i. Après s'être réfléchie sur un élément dv, une certaine quantité de lumière sort à travers un élément de surface ds, sous l'angle de réflexion ε.

On peut facilement démontrer que l'amplitude d'une onde lumineuse réfléchie par tous les points de l'élément $dv = ds\,dr$ (r étant la distance dv à la surface) dans la direction indiquée est proportionnelle à dr. Suivant la théorie connue de l'absorption, la lumière s'affaiblit sur les deux parcours dans le corps proportionnellement à

$$e^{-kr\left(\frac{1}{\cos i}+\frac{1}{\cos \varepsilon}\right)},$$

k étant le coefficient de l'absorption pour la lumière de longueur d'onde λ.

Il en résulte que la quantité de lumière sortant de l'élément ds de la surface mate est égale à

$$\mathrm{L}e^{-kr\left(\frac{1}{\cos i}+\frac{1}{\cos \varepsilon}\right)}ds(dr)^2,$$

à un facteur constant près. Donc, l'amplitude de l'onde réfléchie par l'élé-

ment *ds dr* est proportionnelle à

$$\sqrt{L}\, e^{-\frac{kr}{2}\left(\frac{1}{\cos i}+\frac{1}{\cos\varepsilon}\right)}\, dr.$$

Évaluons la différence des phases au point final de la trajectoire de lumière pour une onde réfléchie directement de l'élément superficiel *ds* et aussi par l'élément tel que *dv*. La différence des parcours est

$$\delta = 2r\frac{\cos^2\frac{i\pm\varepsilon}{2}}{\cos\varepsilon}.$$

Il faut prendre le signe —, si le rayon incident et le rayon réfléchi se trouvent du même côté de la normale.

En supposant que la vitesse de lumière est la même à l'intérieur qu'à l'extérieur du corps, la différence des phases sera la suivante :

$$\varphi = \frac{4\pi r\cos^2\frac{i\pm\varepsilon}{2}}{\lambda\cos\varepsilon},$$

et, dans le cas général

$$\varphi = \frac{2\pi r}{\lambda}\left(\sqrt{\mu^2-\sin^2 i}+\frac{\mu^2\mp\sin i\sin\varepsilon}{\sqrt{\mu^2-\sin^2\varepsilon}}\right),$$

où μ est l'indice de réfraction.

Pour l'intensité résultante nous trouvons l'expression

$$q = \left[\int_0^R \sqrt{L}\, e^{-\frac{kr}{2}\left(\frac{1}{\cos i}+\frac{1}{\cos\varepsilon}\right)}\cos\varphi\, dr\right]^2 + \left[\int_0^R \sqrt{L}\, e^{-\frac{kr}{2}\left(\frac{1}{\cos i}+\frac{1}{\cos\varepsilon}\right)}\sin\varphi\, dr\right]^2,$$

où R représente la profondeur de la couche pénétrable par la lumière.

En remarquant que

$$e^{-\frac{kR}{2}\left(\frac{1}{\cos i}+\frac{1}{\cos\varepsilon}\right)}$$

est sensiblement zéro, nous avons

$$q = q_0\frac{[(\lambda k)^2+16\pi^2]\cos^2 i\cos^2\varepsilon}{\frac{(\lambda k)^2}{4}(\cos i+\cos\varepsilon)^2+16\pi^2\cos^4\frac{i\pm\varepsilon}{2}\cos^2},$$

q_0 étant la valeur de q correspondant à $i=\varepsilon=0$.

Dans le cas général, on a de la même façon

$$q = q_0\frac{\left[\left(\frac{\lambda k}{\mu}\right)^2+16\pi^2\right]\cos^2 i\cos^2\varepsilon}{\frac{1}{4}\left(\frac{\lambda k}{\mu}\right)^2(\cos i+\cos\varepsilon)^2+16\pi^2\cos^2 i\frac{\cos^2\varepsilon}{\cos^2\varepsilon_1}\cos^4\frac{i_1\pm\varepsilon_1}{2}},$$

où i_1 et ε_1 sont définis par les égalités

$$\sin i_1 = \frac{\sin i}{\mu} \quad \text{et} \quad \sin\varepsilon_1 = \frac{\sin\varepsilon}{\mu}.$$

Ces formules contiennent les paramètres qui caractérisent la nature de lumière et les propriétés du corps. La première pour $i = 0$ se réduit à

$$q = q_0 \frac{\cos^2\varepsilon}{\cos^4\frac{\varepsilon}{2}}.$$

Nous allons comparer cette loi avec les observations d'Angström sur les corps mats, pour lesquels on peut admettre que μ diffère sensiblement de l'unité.

$\varepsilon =$	0°.	10°.	20°.	30°.	40°.	50°.	60°.	70°.	80°.
Loi théorique.........	1,00	0,99	0,94	0,86	0,75	0,61	0,44	0,26	0,09
Gypse (fondu)........	1,00	0,97	0,93	0,83	0,71	0,57	0,40	0,22	0,09
Magnésie............	1,00	0,98	0,92	0,83	0,71	0,56	0,44	0,27	0,13
Carbonate de magnésie.	1,00	0,98	0,93	0,83	0,72	0,57	0,43	0,27	0,12

Comme on le voit, l'accord est assez satisfaisant.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence des dissolvants sur l'activité optique des éthers camphoriques.* Note de MM. **J. Minguin** et **R. Bloc**, présentée par M. Haller.

On sait, d'après de nombreux travaux, que la nature du dissolvant exerce une influence, plus ou moins prononcée, sur l'activité optique de certaines molécules.

Les éthers camphoriques, comme nous venons de nous en rendre compte, sont particulièrement sensibles à cette action.

Nous avons préparé des éthers acides de la série ortho, de la série allo et aussi des éthers neutres, en suivant les indications de Friedel, Haller, Brühl [1].

Nous les avons examinés au polarimètre, en solution dans l'alcool absolu, dans le benzène et le toluène.

Les Tableaux suivants récapitulent nos observations qui ont été faites en lumière jaune, avec un tube de 20^{cm}, à une température moyenne de 16°.

(1) Friedel, *Comptes rendus*, t. 113, p. 825. — Haller, *Comptes rendus*, t. 114, p. 1516. — Brühl, *D. chem. G.*, t. XXIV, p. 3409; t. XXV, p. 1796.

ÉTHERS CAMPHORIQUES ACIDES.

Série ortho ou éthers acides d'éthérification

	Poids de substance dans 25^{cm^3}.	Solvant — Alcool angle observé.	Benzène angle observé.	Toluène angle observé.
Orthocamphorate acide de méthyle. Point de fusion 76°....	$\frac{M}{200} = 1^g,07$	$\alpha = 4°20'$	$\alpha = 6°14'$	$\alpha = 6°$
	$\frac{M}{100} = 2,14$	$\alpha = 9$	$\alpha = 12.38$	
Orthocamphorateacided'éthyle. Liquide sirupeux...........	$\frac{M}{200} = 1,14$	$\alpha = 3.28$	$\alpha = 4.58$	$\alpha = 4,40'$
	$\frac{M}{100} = 2,28$	$\alpha = 6.56$	$\alpha = 9,56$	
Orthocamphorate acide de propyle. Liquide sirupeux......	$\frac{M}{200} = 1,21$	$\alpha = 3.20$	$\alpha = 4.52$	$\alpha = 4.30$
	$\frac{M}{100} = 2,42$	$\alpha = 6.46$	$\alpha = 9.40$	
Orthocamphorate acide de butyle. Liquide sirupeux	$\frac{M}{200} = 1,28$	$\alpha = 3.20$	$\alpha = 4.50$	$\alpha = 4.38$
	$\frac{M}{100} = 2,56$	$\alpha = 6.48$	$\alpha = 9.36$	

La saponification de quelques-uns de ces éthers et des suivants nous a fourni de l'acide camphorique de même pouvoir rotatoire que celui de l'acide dont nous sommes partis, $\alpha = 7°34'$ pour $\frac{M}{100} = 2^g$ dans 25^{cm^3} d'alcool absolu avec un tube de 20^{cm}.

Série allo ou éthers-acides de saponification.

	Poids de substance dans 25^{cm^3}.	Solvant. — Alcool angle observé.	Benzène angle observé.	Toluène angle observé.
Allocamphorate acide de méthyle. Point de fusion 86°...	$\frac{M}{200} = 1^g,07$	$\alpha = 3°48'$	$\alpha = 3°52'$	$\alpha = 3°58'$
	$\frac{M}{100} = 2,14$	$\alpha = 7.40$	$\alpha = 7.40$	$\alpha = 7.56$
Allocamphorate acide d'éthyle. Point de fusion 56°.........	$\frac{M}{200} = 1,14$	$\alpha = 4.\ 4$	$\alpha = 4.\ 4$	
	$\frac{M}{100} = 2,28$	$\alpha = 8.10$	$\alpha = 8.10$	$\alpha = 8.10$
Allocamphorate acide de propyle provenant de l'éther mixte allopropylorthométhyle. Sirop épais	$\frac{M}{100} = 2,42$	$\alpha = 7$	$\alpha = 7$	$\alpha = 7.14$

ÉTHERS CAMPHORIQUES NEUTRES.

	Poids de substance dans 25cm³.	Solvant. Alcool angle observé.	Solvant. Benzène angle observé.
Camphorate neutre de méthyle 1. Point d'ébullition 155°, pression 1cm..........	$\frac{M}{200}$ = 1g,14	α = 4°.24′	α = 5°.36′
	$\frac{M}{100}$ = 2,28	α = 8.56	α = 11
Camphorate neutre d'éthyle. Point d'ébullition 164°, pression 1cm................	$\frac{M}{100}$ = 2,56	α = 7.30	α = 9
Camphorate neutre de propyle. Point d'ébullition 168°, pression 1cm...............	$\frac{M}{100}$ = 2,84	α = 7	α = 8.12

En examinant la série ortho, on s'aperçoit, une fois de plus, que, le premier terme mis à part, l'activité optique moléculaire est sensiblement constante en solution alcoolique.

Elle est également constante en solution benzénique et toluénique, mais considérablement exaltée. Cette exaltation ne se manifeste pas dans la série allo. Les déviations observées sont les mêmes dans l'alcool et dans la benzine, et, à peu de chose près, dans le toluène.

Une différence analogue, dans l'action modificatrice de mêmes dissolvants sur des isomères, a été remarquée autrefois par M. Haller (¹).

Il montre, en effet, que les mêmes solvants qui donnent un pouvoir rotatoire constant pour les camphols, font varier très notablement celui des isocamphols.

Les éthers neutres se comportent comme les éthers acides ortho, c'est-à-dire que leur activité optique est aussi exaltée par la benzine, mais à un degré moindre. Les différences constatées font environ la moitié de celles qu'on relève chez les éthers acides correspondants.

Nous avons voulu connaître l'état de ces molécules au sein de la benzine.

Les déterminations cryoscopiques sont les suivantes :

Orthocamphorate acide de méthyle P. M. = 214.	Dans la benzine...........	424
	Acide acétique............	221
Orthocamphorate acide d'éthyle P. M. = 228.	Dans la benzine...........	454
Allocamphorate acide de méthyle P. M. = 214.	Benzine..................	421
	Acide acétique............	225

(¹) Haller, *Comptes rendus*, t. **109**, p. 187; t. **112**, p. 143.

Allocamphorate acide d'éthyle P. M. = 228.	Benzine	453
Camphorate neutre de méthyle P. M. = 228.	Benzine	224
Camphorate neutre d'éthyle P. M. = 258.	Benzine	248

Dans la benzine, les éthers neutres ne sont pas associés moléculairement, tandis que les éthers acides ortho et allo, qui possèdent un oxhydryle, le sont.

Prochainement, nous indiquerons les effets d'autres dissolvants.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le chloro-iridate et le chloro-iridite de lithium.* Note de M. **Marcel Delépine**, présentée par M. Armand Gautier.

Lors de mes recherches sur les chloro-iridates et les chloro-iridites de métaux monovalents [1], j'ai mis de côté les sels de lithium; l'objet de la présente Note est d'exposer la préparation de ces corps ainsi que leurs relations avec les sels correspondants de sodium.

L'existence du chloro-iridate de lithium avait été déjà signalée par Antony [2], qui obtint ce sel par action du chlore à 300° sur un mélange de chlorure de lithium et d'iridium; mais ce savant, sans donner d'analyse, se borna à décrire le chloro-iridate de lithium comme formant de petits cristaux aciculaires d'une belle couleur rouge grenat, un peu déliquescents.

I. Comme la préparation indiquée risque de donner un mélange de chloro-iridite et de chloro-iridate, si l'on chauffe un peu trop et surtout qu'elle oblige à employer un excès de chlorure alcalin, j'ai préféré préparer le chloro-iridate en saturant une solution d'acide chloro-iridique [3] par la quantité théorique de carbonate de lithium; en concentrant ensuite à sec sur l'acide sulfurique à froid, reprenant par juste assez d'eau de chlore pour tout dissoudre, puis faisant ensuite évaporer lentement, toujours à froid sur l'acide sulfurique, on obtient des cristaux noirs, assez gros, excessivement déliquescents, qui ne se séparent que lorsque la solution est devenue sirupeuse tant est grande leur solubilité. Leur formule est

(1) M. Delépine, *Comptes rendus*, 1908 : t. 146, p. 1267; t. 147, p. 198; — t. 149, 1909, p. 1072.

(2) U. Antony, *Gazz. chim. ital.*, t. 23 (I), 1893, p. 190.

(3) M. Delépine, *Comptes rendus*, t. 153, 1911, p. 60.

$IrCl^6Li^2, 6H^2O$, elle correspond donc à celle du chloro-iridate de sodium; ils sont très solubles dans l'eau et l'alcool; leur solution est rouge brun comme celle des chloro-iridates alcalins.

Dans le vide au-dessus de l'acide sulfurique, ou à 100° dans l'air sec, ces cristaux perdent $4H^2O$ seulement; on peut même nettement observer un premier départ de $2H^2O$ (sur l'acide à 93 pour 100 de SO^4H^2 environ), si l'on ne fait pas le vide.

Si l'on met le chloro-iridate de lithium à cristalliser avec son poids de chloro-iridate de sodium, les premiers cristaux séparés sont ce dernier sel presque pur; dans une expérience de ce genre, ils correspondaient en effet, à l'état desséché, à la formule $IrCl^6Li^{0,07}Na^{1,93}$. Je n'ai pas poussé plus loin la syncristallisation des chloro-iridates, mais j'ai poursuivi celle des chloro-iridites.

II. Si l'on fait bouillir la solution de chloro-iridate dilithique avec un peu d'alcool, le sel passe à l'état irideux; après concentration, on n'obtient pas l'aquo-pentachloro-iridite dilithique $Ir(H^2O)Cl^5Li^2$, ni le chloro-iridite acide $IrCl^6Li^2H$ qui auraient pu se former, puisqu'il n'y a que 2^{at} de lithium disponibles pour 1^{at} d'iridium, mais de l'hexachloro-iridite trilithique $IrCl^6Li^3$, accompagné d'acide chloro-irideux plus ou moins décomposé qui reste dans les eaux mères,

$$3IrCl^6Li^2 + 3H = 3IrCl^6Li^2H = 2IrCl^6Li^3 + IrCl^6H^3\ aq.$$

Le sel trilithique peut être extrait, bien cristallisé, avec $12H^2O$. Comme pour le sel de sodium, le terme aquopentachloré ne se forme donc pas dans les circonstances où prennent naissance les aquo-pentachloro-iridites de potassium, de rubidium, de cæsium et d'ammonium.

Pour préparer l'hexachloro-iridite trilithique, il y a naturellement avantage à ajouter, au chloro-iridate que l'on réduit par l'alcool, une quantité de chlorure de lithium égale à la moitié de celle qu'il contient déjà, de façon à transformer tout le chlorure d'iridium en chlorosel, ou bien à se servir d'oxalate de lithium comme réducteur :

$$IrCl^6Li^2 + H + ClLi = IrCl^6Li^3 + ClH,$$
$$2IrCl^6Li^2 + C^2O^4Li^2 = 2IrCl^6Li^3 + 2CO^2.$$

Après une concentration convenable, on obtient de très gros rhomboèdres, noirs, déliquescents, très solubles dans l'eau, solubles dans l'alcool, ressemblant absolument au sel sodique, cristallisant comme lui avec 12^{mol} d'eau, mais les perdant plus difficilement en une série d'étapes sur lesquelles il y aura lieu de revenir.

Le chloro-iridite de lithium mis à cristalliser avec le sel de sodium laisse séparer en premier lieu un chlorosel en gros rhomboèdres non déliquescents, à peine lithifères. Ainsi, deux solutions préparées en réduisant du chloro-iridate de sodium par l'oxalate de lithium et contenant par conséquent $IrCl^6Na^2Li$, soit $2IrCl^6Na^3$ pour $IrCl^6Li^3$, ont fourni d'abord, l'une, des cristaux de composition $IrCl^6Na^{2,9}Li^{0,1}$, l'autre, des cristaux de composition $IrCl^6Na^{2,85}Li^{0,15}$, toujours avec $12H^2O$; mais après avoir séparé suffisamment de sel sodique, on voit succéder aux rhomboèdres des cristaux très allongés qu'un examen superficiel permet de considérer comme des prismes hexagonaux e^2 surmontés, soit d'une pyramide $pe^{\frac{1}{2}}$, soit d'une forme primitive de rhomboèdre (d'après M. Duffour, ce rhomboèdre serait un peu plus aigu que celui du sel de sodium pur).

Les nouveaux cristaux ont la formule $IrCl^6Na^2Li$; puisque la solution primitive avait cette composition et qu'on en a séparé du sel plus sodique, il y avait lieu de s'attendre, en poussant plus loin la cristallisation, à un sel plus riche en lithium; en fait, j'ai obtenu, à la suite des cristaux précédents, une nouvelle quantité de cristaux aiguillés, de formule $IrCl^6Na^{1,1}Li^{1,9}, 12H^2O$.

Ces cristaux ne sont stables qu'en présence d'une solution chargée de sel plus riche en lithium. En effet, les ayant redissous dans l'eau, j'ai récolté de nouveau de gros rhomboèdres très sodiques, de composition $IrCl^6Na^{2,67}Li^{0,33}, 12H^2O$; à ceux-ci succédèrent des aiguilles hexagonales très faiblement déliquescentes, contenant $IrCl^6NaLi^2, 12H^2O$.

Bien entendu, la plupart de ces compositions ne représentent probablement que des moyennes d'un ensemble variable du centre à la périphérie du cristal, puisque la nature de la solution nourricière change à chaque accroissement de celui-ci.

En résumé, le chloro-iridate et le chloro-iridite de lithium ont leur composition calquée sur celles des sels de sodium. De plus, dans un mélange de chlorosels de lithium et de sodium, ceux-ci se séparent les premiers avec très peu de lithium; si, tout au moins en ce qui concerne les chloro-iridites, la cristallisation est poursuivie, on obtient des cristaux mixtes qui, de $IrCl^6Na^2Li$ à $IrCl^6NaLi^2$, ont une forme cristalline très allongée, se distinguant de celle des rhomboèdres (souvent primitifs) en laquelle cristallisent les sels purement sodiques ou lithiques.

CHIMIE MINÉRALE. — *Extraction du germanium des eaux de Vichy.* Note de M. **Jacques Bardet**, présentée par M. Ch. Moureu.

Dans une Note précédente [1], j'ai indiqué comment l'analyse spectrographique des eaux minérales m'avait permis d'y reconnaître la présence

[1] J. Bardet, *Comptes rendus*, t. 157, p. 224.

d'un très grand nombre de métaux lourds, entre autres celle, presque constante, du germanium et du gallium. Des recherches ultérieures, faites en collaboration avec M. C. Boulanger (¹), nous ont prouvé que ce dernier corps devait être recherché dans les minerais d'aluminium, qu'il accompagne toujours. Pour le germanium, au contraire, on en est encore à chercher une source d'un rendement sûr et pas trop onéreux : le gisement d'argyrodite de Freiberg est épuisé, et le traitement des blendes, où le germanium fut découvert par M. G. Urbain (²), est long et coûteux. J'ai donc pensé qu'on pourrait s'adresser, pour extraire le germanium, aux résidus d'évaporation des eaux minérales.

Je me suis pour cela adressé à la Compagnie fermière de Vichy, qui a très obligeamment mis à ma disposition les résidus de fabrication des sels de Vichy. Le premier chauffage de l'eau amène la décomposition des bicarbonates dissous, et la précipitation de la totalité des carbonates terreux. J'ai reconnu que cette précipitation amenait celle de la plupart des métaux contenus dans l'eau : antimoine, cuivre, bismuth, étain, plomb, germanium, etc.

Le carbonate de calcium est dissous dans l'acide chlorhydrique. La solution est saturée par l'acide sulfhydrique. Les sulfures obtenus sont dissous dans l'acide azotique fumant. La solution est évaporée à sec et le résidu dissous dans l'eau faiblement acidulée d'acide chlorhydrique. On fait alors des précipitations fractionnées par l'hydrogène sulfuré qui débarrassent totalement du plomb, du cuivre et du bismuth, et partiellement de l'étain et de l'antimoine. Il ne reste plus en solution qu'une partie de l'étain et de l'antimoine, la totalité du germanium et surtout de l'arsenic. On se débarrasse de ce dernier par la mixture magnésienne et l'on précipite le reste par l'hydrogène sulfuré en solution très acide. Les sulfures sont purifiés par la méthode de Winkler, c'est-à-dire par la neutralisation exacte de leur solution dans l'ammoniaque par l'acide sulfurique, ce qui détermine la précipitation à l'état de sulfure de tout ce qui n'est pas germanium. Celui-ci, resté seul en solution, est précipité par l'addition d'un excès d'acide et passage de l'hydrogène sulfuré. Le sulfure est transformé en oxyde par l'acide azotique. Toutes ces opérations sont suivies au spectographe et chacune d'elles est répétée le nombre de fois nécessaire pour ne pas laisser perdre de germanium.

Le traitement ainsi conduit m'a donné, pour 100^{kg} de dépôt calcique, $0^{g},060$ d'oxyde de germanium pur. D'après M. Sabourdy, directeur des laboratoires de la Compagnie fermière de Vichy, 100^{kg} de dépôt représentent le résidu de $250\,000^{l}$ d'eau minérale. La teneur en oxyde de germa-

---

(¹) C. Boulanger et J. Bardet, *Comptes rendus*, t. 157, p. 718.

(²) G. Urbain, *Comptes rendus*, t. 149, p. 602.

nium serait donc au minimum de $\frac{24}{100000}$ de milligramme par litre d'eau. La minéralisation moyenne des sources de Vichy étant de 6,64, le germanium métal y serait contenu dans la proportion de $\frac{1}{40000000}$.

Ce chiffre est un minimum, vu l'incertitude d'un premier traitement de cette importance; il n'en montre pas moins que les eaux minérales, étant donné la facilité du traitement de leurs résidus, pourraient devenir une source exploitable de germanium.

HISTOLOGIE. — *L'appareil de soutien de la région acoustique interne.* Note de M. **Vasticar**, présentée par M. Henneguy.

L'appareil de soutien de la région acoustique interne est, chez le Lapin, constitué de la façon suivante :

1° *Un corps de soutien principal.* Ce corps est représenté par une cellule de forme et de nature particulières occupant la partie la plus externe de la région acoustique interne (*c. s.*, *fig.* 1). Elle a la forme d'un prisme dont la base est appliquée contre les piliers et dont l'arête s'insinue entre les corps de deux cellules ciliées contiguës (*c. s.*, *fig.* 3). Dans la région moyenne qui correspond à la grande courbure des piliers internes sa forme est généralement angulaire et les corps de cellule viennent au contact les uns des autres. Le segment supérieur est effilé. La cellule est constituée par du tissu dense à fine striation longitudinale. Son noyau plus petit que celui de la cellule ciliée siège à la hauteur de la sangle spirale interne. (*n. c. s.*, *fig.* 1). Il est situé en pleine substance ou le plus souvent entouré d'une zone cytoplasmique restreinte. Cette cellule donne naissance à des prolongements pseudopodiques qui ont la forme de fines tiges cylindriques dont l'axe est occupé par un faisceau de filaments se colorant facilement en fixant le rouge de l'hématoxyline.

2° *Un prolongement basal.* La cellule de soutien repose sur la lèvre tympanique par une base plus ou moins étalée (*p. b.*, *fig.* 1). Elle fournit souvent un prolongement basal différent du premier et qui est plus grêle, cylindrique et régulièrement calibré. Il contourne à faible distance les piliers internes en dedans desquels il prend son point d'insertion.

3° *Des prolongements circulaires.* De différents points de sa masse, étagés

sur toute sa hauteur, naissent un grand nombre de prolongements cylindriques plus fins se portant dans des directions diverses (*p. c.*, *fig.* 1). Ils bifurquent et s'anastomosent bout à bout avec ceux des cellules de soutien voisines pour envelopper comme de cerceaux le corps de la cellule ciliée interne. Ces prolongements se retrouvent sur n'importe quelle préparation sous l'aspect de bâtonnets courts et brillants dont le faisceau filamenteux central est fortement coloré sur la tranche de section.

4° *Des formations globuleuses*. Du segment supérieur de la cellule de soutien se détache une formation pédiculée à son origine et qui se transforme vers la profondeur en masses globuleuses s'insinuant entre les corps

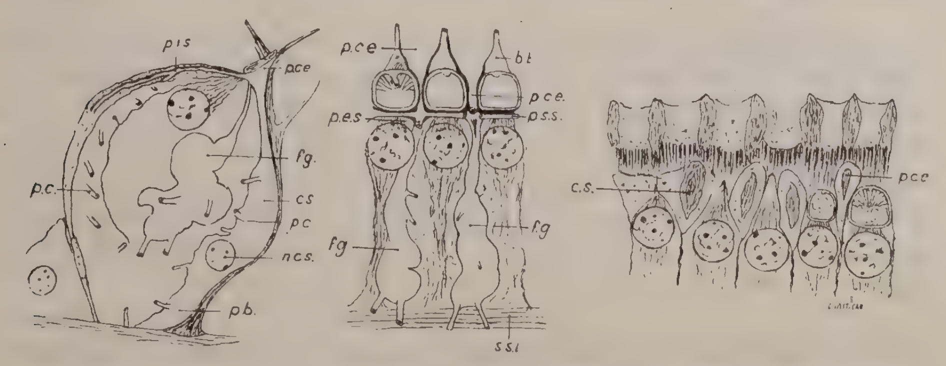


Fig. 1. — Coupe axiale du limaçon. Fig. 2. — Coupe sagittale. Fig. 3. — Coupe tangentielle à la surface.

Abrév. : *b. t.*, bande triangulaire; *c. s.*, corps de soutien principal; *f. g.*, formations globuleuses *n. c. s.*, noyau de la cellule de soutien; *p. b.*, prolongement basal; *p. c.*, prolongements circulaires; *p. c. e.*, prolongement céphalique externe ou phalangien; *p. i. s.*, prolongement interne superficiel; *p. s. s.*, prolongement superficiel spiral; *s. s. i.*, sangle spirale des piliers internes.

de deux cellules ciliées contiguës (*f. g. fig.*, 1 *et* 2). Elles sont également formées de tissu dense et opaque qui masque souvent une grande partie des éléments cellulaires voisins en leur infligeant des formes bizarres et toujours nouvelles qui n'ont rien de réel. L'intérieur de ces formations contient une masse assez importante de tissu colorable. Elles donnent aussi naissance à un certain nombre de prolongements à direction variable et dont les inférieurs descendent jusqu'à la lèvre tympanique sur laquelle on les trouve implantés verticalement.

5° *Un prolongement céphalique externe*. Le segment céphalique du corps de soutien s'amincit vers le haut et s'aplatit latéralement en s'engageant dans l'espace étroit qui sépare les têtes des cellules ciliées internes,

(*c. s.*, *fig.* 3). Il fournit un prolongement assez volumineux qui se porte en dehors (*p. c. e.*, *fig.*, 1, 2, 3). Placé d'abord dans un plan un peu inférieur à celui des anneaux qui arrivent, au-dessus de lui, au contact l'un de l'autre, il vient émerger, au niveau de leur bord externe, s'étalant en une bande qui s'élargit en s'accolant aux bandes triangulaires des anneaux des cellules ciliées internes (*b. t.*, *fig.* 1).

6° *Des prolongements céphaliques verticaux*, émanant des parties latérales de la portion amincie du corps de soutien, s'insèrent sur les bords latéraux des anneaux des cellules ciliées internes dont ils constituent les prolongement verticaux.

7° *Un prolongement interne superficiel.* Ce prolongement peut être considéré comme la continuation vers l'axe de l'organe du prolongement externe ou phalangien. Il se dirige en dedans appliqué sur la surface extérieure de la cellule limite intercalaire. Il est aplati et légèrement variqueux. Son trajet est sinueux. Il bifurque en envoyant une branche de même valeur sur la cellule limite voisine (*p. i. s.*, *fig.* 1 *et* 2). Tous ces prolongements finissent par s'anastomoser avec leurs voisins sur le versant axial de ces cellules.

8° *Prolongements superficiels spiraux.* La jonction du corps principal de soutien, d'une part, au prolongement externe et, de l'autre, au prolongement interne superficiel détermine la formation d'un épaississement qui déborde plus ou moins en dedans la ligne des anneaux ciliés. De chacune des parties latérales de cet épaississement se détache un prolongement court parallèle au bord axial de ces anneaux et qui se réunit bout à bout avec un prolongement identique venu du corps de soutien voisin (*p. s. s.*, *fig.* 2). Si la surface de cet épaississement, qui offre une certaine saillie munie souvent d'un bâtonnet, a été légèrement entamée par la lame du microtome elle laisse apercevoir sa substance centrale sous l'aspect d'un champ losangique plus coloré que les bords. Si la section a été complète on n'aperçoit plus que la coupe plus ou moins en biais du prolongement céphalique externe dont le faisceau filamenteux central fournit un point plus coloré entouré d'une zone claire de tissu compact (*p. c. e.*, *fig.* 2).

BACTÉRIOLOGIE. — *Expériences sur la vie sans microbes. Élevage aseptique de cobayes.* Note de MM. **Michel Cohendy** et **Eugène Wollman**, présentée par M. Roux.

Il est actuellement établi que des animaux appartenant aux groupes les plus divers et pourvus normalement d'une riche flore intestinale peuvent être élevés dans les conditions d'une asepsie parfaite sans qu'il en résulte pour eux une infériorité quelconque par rapport aux témoins non aseptiques ([1]).

En ce qui concerne les Mammifères, Nuttall et Thierfelder avaient montré que le petit cobaye peut parfaitement vivre et augmenter de poids en l'absence de microbes; malheureusement la durée très courte de leurs expériences (13 jours au maximum) rendait les résultats sujets à critique. C'est pour cette raison que nous avons voulu étendre au cobaye nos recherches sur la vie aseptique. Pendant que nos expériences étaient en marche, Küster ([2]) a publié un travail sur la vie aseptique d'un Mammifère, le chevreau, dont les résultats concordent parfaitement avec ceux que nous avons nous-mêmes obtenus.

Les cobayes sont extraits aseptiquement de l'utérus par section césarienne à un moment aussi rapproché que possible de la mise-bas et introduits aussitôt dans l'appareil d'élevage ([3]) contenant une provision d'aliments (foin, luzerne, son, cakes), stériles. Un dispositif spécial permet d'y amener du lait stérile en quantité voulue.

Lorsque l'utérus contient deux ou plusieurs petits, on en garde un ou plusieurs comme témoins. Ceux-ci sont élevés dans les mêmes conditions d'alimentation et de température que les animaux en expérience, mais sont dès leur naissance exposés à la contamination microbienne.

Le poids initial de l'animal en expérience est donné par la différence des poids de

---

([1]) Cohendy (élevage du poulet); Wollman (élevage de têtards et de mouches); Guyénot (élevage de mouches).

([2]) Un chevreau a été élevé aseptiquement pendant 12 jours, son poids a augmenté plus que celui du témoin; dans une autre expérience qui a duré 35 jours, le poids du jeune animal aseptique a augmenté de 100 pour 100 (de 2250g à 5500g).

([3]) Appareil construit par Cohendy pour l'élevage aseptique du poulet (*Comptes rendus*, t. 154, p. 533, et *Annales de l'Institut Pasteur*, t. XXVI, p. 106). Les modifications qui y ont été apportées, les détails techniques et la marche des expériences seront décrits dans un prochain numéro des *Annales de l'Institut Pasteur*.

vaccins actifs contre un grand nombre de maladies telles que la peste, le choléra, la fièvre typhoïde, la rage, la clavelée, etc.

Nous avons été les premiers à appliquer et à adapter au gonocoque cette méthode des virus-vaccins sensibilisés et, après nous être assurés par de nombreuses expériences chez les animaux, puis par un essai sur nous-mêmes, de l'innocuité complète du virus-vaccin sensibilisé antigonococcique, nous avons pensé que nous étions en droit d'intervenir chez des malades ([1]).

Le *sérum*, auquel nous avons eu recours dans nos interventions, provenait de chèvres immunisées par la voie veineuse, au moyen d'injections subintrantes. Nous avons toujours employé des cultures de 24 heures à 48 heures ensemencées sur gélose-ascite-sérum de lapin.

Il nous a semblé qu'il n'était pas utile de prélever sur le malade lui-même les *gonocoques* qu'il s'agissait de sensibiliser et nous les avons empruntés à un stock de cultures dont la plupart des échantillons ont été isolés par nous depuis peu. Nous laissons les gonocoques et le sérum antigonococcique en présence durant 24 heures à la glacière.

Nos injections ont été pratiquées de préférence dans le tissu cellulaire sous-cutané et ont été répétées, suivant les cas, à des intervalles différents, mais le plus habituellement 2 ou 3 fois par semaine.

Nous avons injecté des doses variables, mais d'ordinaire il nous a semblé que, pour obtenir une action véritablement utile, il fallait arriver à injecter $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{4}$ de la culture d'un tube de 18×22 laissé de 24 à 48 heures à l'étuve; soit environ 5 milliards de microbes. Nous avons pratiqué plus de 2000 piqûres et chez aucun malade nous n'avons obtenu de réaction importante. Celle-ci varie avec les individus et elle est fonction de la dose injectée. Quelques-uns de nos malades ont accusé une légère élévation de la température. Plus souvent, on observe une réaction locale caractérisée par une douleur dont la durée, d'ordinaire de quelques heures, ne dépasse pas 48 heures et qui est facilement calmée par l'application de compresses d'eau très chaude ou de pommade au gaïacol.

Les malades sur lesquels nos essais ont porté particulièrement étaient atteints d'*orchite*, de *rhumatisme aigu*, de *salpingite*, de *cystite*, de *prostatite* ([2]). Dans tous ces cas, les résultats ont été excellents. Maintes fois, nous avons éprouvé l'utilité du vaccin sensibilisé dans le *rhumatisme chro-*

([1]) LOUIS CRUVEILHIER, *Comptes rendus de la Société de Biologie*, 4 janvier 1913.

([2]) LOUIS CRUVEILHIER, *Comptes rendus de la Société de Biologie*, 19 avril, 28 juin, 5 juillet, 12 juillet, 22 novembre, 6 décembre 1913; *Paris-Médical*, août 1913.

nique, alors même que la nature gonococcique de l'affection n'était pas évidente.

Aussi pensons-nous que au cours des rhumatismes non modifiés par le traitement habituel, il y a lieu d'avoir recours au vaccin sensibilisé antigonococcique, surtout lorsque la recherche de la déviation du complément, que nous pratiquons actuellement systématiquement chez tous nos malades, est positive.

C'est particulièrement au cours des complications de l'infection blennorragique que l'action du virus-vaccin sensibilisé nous a paru manifeste. Nous en avons toutefois retiré des effets utiles dans l'uréthrite aiguë ([1]). La douleur et les phénomènes inflammatoires ont été favorablement et rapidement influencés chez la plupart des malades et nous avons bien souvent constaté, dès les premières piqures, une diminution notable de l'écoulement, puis fréquemment la guérison complète.

Nous croyons devoir insister tout particulièrement sur ce fait que, dans aucun des cas traités, nous n'avons observé de complications.

Toutefois la guérison n'est pas constante et est toujours longue à obtenir. Elle ne s'observerait que dans 50 pour 100 des cas environ, et bien souvent on ne constaterait la cessation complète de l'écoulement qu'après 6 semaines, 2 mois ou même plus.

Nous avons pensé que les insuccès dans les uréthrites aiguës dépendaient de l'absence de traitement local et nous avons eu l'idée de mettre en présence de la lésion gonococcique et du microbe lui-même le sérum. Pour ce faire, nous introduisons dans l'urèthre des *bougies gélatineuses* auxquelles nous avons fait incorporer une grande proportion de sérum antigonococcique. De la sorte, nous pouvons produire une sorte de sensibilisation *in vivo*.

Les cas au cours desquels nous avons pu constituer ce traitement d'une façon suivie ne sont pas assez nombreux pour nous permettre de conclure à l'efficacité absolue des bougies dans tous les cas d'uréthrite aiguë; mais, d'ores et déjà, nous sommes en droit d'affirmer l'action favorable de cette méthode qui nous a permis d'obtenir la guérison complète en 3 semaines, 15 jours, 10 jours et, dans un cas où nous sommes intervenus le deuxième jour après le début de l'écoulement, en 6 jours.

Les bougies doivent être placées tous les jours, de préférence le soir, quand le malade est couché et peut-être même deux fois par jour.

([1]) Louis Cruveilhier, *The Lancet*, 9 novembre 1913.

On peut les introduire quel que soit l'état inflammatoire des organes; leur fusion complète s'effectue d'ordinaire en 30 à 40 minutes.

Dans quelques cas de métrites, de vulvo-vaginite et de rectites gonococciques, nous avons obtenu des résultats non moins favorables au moyen de crayons, d'ovules où de suppositoires.

Les cas d'*uréthrites chroniques* dans lesquels le vaccin antigonococcique est utile sont assez rares et, chez les malades atteints de cette affection, alors qu'on ne constate plus de gonocoques dans l'écoulement, les bougies ne donnent d'ordinaire aucun résultat appréciable. Nous avons obtenu alors des effets encourageants dont nous rendrons compte ultérieurement au moyen d'*auto-vaccins* obtenus par la sensibilisation des microbes isolés de l'urèthre en présence du sérum même du malade.

BACTÉRIOLOGIE. — *Quelques considérations nouvelles à propos des cultures de gonocoques.* Note de MM. **Auguste Lumière** et **Jean Chevrotier**, présentée par M. Roux.

Le milieu à base de moût de bière que nous avons proposé ([1]) pour la culture du gonocoque et qui nous a paru éminemment favorable au développement de ce microorganisme a donné, à la plupart des expérimentateurs qui l'ont utilisé jusqu'ici, les résultats que nous avions annoncés.

Quelques insuccès nous ayant cependant été signalés, nous en avons recherché les causes qui semblent résider principalement dans le fait que le moût de bière n'est pas un produit défini et peut contenir, suivant ses origines, des substances très diverses.

Il est indispensable pour éviter tout échec d'employer des préparations ne renfermant que du malt d'orge avec ou sans houblon, mais exemptes de toute autre matière amylacée, sucrée ou de produits chimiques quelconques.

Le moût de bière renfermant environ 110^g de sucres réducteurs par litre, nous avons recherché si cette forte concentration ne constituerait pas un obstacle à la végétation du diplocoque de Neisser, Chritmas ayant déjà observé ([2]) que le glucose n'était favorable au développement des cultures qu'à des doses ne dépassant pas 1 pour 1000.

([1]) *Comptes rendus*, 1er décembre 1913.
([2]) *Annales de l'Institut Pasteur*, 1897, p. 612.

Nous avons reconnu que les dilutions comprises entre $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$ correspondant de $22^{g},5$ à 55^{g} de sucres réducteurs par litre sont, dans le cas du moût de bière, les plus favorables au développement du gonocoque.

La réaction du milieu semble également jouer un rôle important et l'alcalinisation du moût est indispensable.

Nous avons, en outre, remarqué que, parmi les matières albuminoïdes qu'on peut avantageusement ajouter au moût de bière, le sérum d'âne employé à la dose de $\frac{1}{10}$ semble particulièrement intéressant.

Enfin, il convient d'attirer l'attention sur ce fait qu'il faut ensemencer largement les milieux avec une ou même plusieurs gouttes de pus ; l'ensemencement avec des traces de matières purulentes gonococciques ne suffisant pas toujours à assurer la réussite des cultures.

Nous avons pratiqué jusqu'ici, en prenant les précautions qui viennent d'être indiquées, plusieurs centaines d'ensemencements de pus blennorragique provenant d'uréthrites aiguës ou chroniques, sans avoir jamais eu d'échec.

Dans quelques cas chroniques, les associations bactériennes nous ont donné des cultures mixtes plus ou moins contaminées, mais toutes nos cultures ont été positives et nous ont fourni dans la plupart des cas du gonocoque typique pur ([1]).

Nous signalerons en terminant une dernière particularité résultant de nos recherches.

Jusqu'ici les bactériologistes ont considéré le gonocoque comme un aérobie, les tentatives de cultures dans le vide ayant toujours échoué; or nous avons pu cultiver sur notre milieu toutes nos souches sans exception, soit en les mettant à l'abri de l'air par une couche d'huile de vaseline, soit en les plaçant dans le vide.

Les tentatives antérieures d'autres expérimentateurs avaient échoué dans ce cas comme dans les essais de résistances aux basses températures, à cause sans doute de l'insuffisance des milieux de cultures.

([1]) Les tentatives de cultures sur milieux à base de moût de raisin n'ont pas conduit à des résultats aussi complets et aussi certains que ceux qui nous ont été donnés par le moût de bière.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Essai de la diastase amylolytique du pancréas.* Note (¹) de M. P. Macquaire, présentée par M. A. Gautier.

Il m'a paru intéressant de déterminer la puissance d'hydrolyse du pancréas frais sur la fécule pendant le laps de temps de 1 heure recommandé par les méthodes officielles.

Pour cela j'ai eu recours aux pancréas de 400 porcs sacrifiés le matin même du jour où j'ai fait l'essai, afin de me mettre ainsi à l'abri des causes d'erreurs qui peuvent se présenter lorsqu'on agit sur l'organe d'un seul animal.

Les pancréas, débarrassés de graisse, ont été rapidement réduits en une pulpe dont j'ai prélevé 5 centigrammes.

Dans une première série d'essais, j'ai mis cette pulpe en contact successivement avec 1^g, 2^g, 3^g, 4^g, 5^g et 6^g de fécule de pommes de terre lavée; maintenue 1 heure à la température de + 55° C., la fécule avait été transformée en empois du volume proportionnel à sa quantité, sans toutefois dépasser la limite de 100^g en poids imposée par les méthodes officielles.

Dans une deuxième série d'expériences j'ai répété les essais ci-dessus, mais en prenant successivement 5^{cg}, 10^{cg}, 15^{cg}, 20^{cg} et 25^{cg} de pulpe pancréatique, et j'ai dosé le sucre réducteur au bout de 1 heure.

J'ai consigné, dans le Tableau suivant, les résultats obtenus :

Fécule lavée et desséchée à + 38° C.	Eau en quantité suffisante pour empois.	Sucre réducteur exprimé en glycose.	Coefficient de saccharification pour 100.	Quantité de sucre réducteur calculée d'après ce coefficient.
		Pancréas frais : $0^g,05$ (digestion 1 heure, t^o + 55° C.).		
1 g	20 g	0,440	44	0,44
2	40	0,800	40	0,88
3	60	1,068	35,6	1,32
4	80	1,176	29,4	1,76
5	100	1,380	27,6	2,20
6	100	1,570	26,1	2,64
		Pancréas frais : $0^g,10$ (même température).		
1	20	0,440	44	0,44
5	100	1,780	35,6	2,20
6	100	2,000	33	2,64

(¹) Présentée dans la séance du 27 février 1914.

Pancréas frais : $0^g,15$ (même température).

g 1	g 20	0,450	45	0,45
5	100	1,920	38,4	2,25
6	100	2,050	34,1	2,70

Pancréas frais : $0^g,20$ (même température).

1	20	0,450	45	0,45
5	100	1,920	38,4	2,25
6	100	2,070	34,5	2,70

Pancréas frais : $0^g,25$ (même température).

1	20	0,450	45	0,45
5	100	1,920	38,4	2,25
6	100	2,080	34,6	2,70

Ainsi la quantité de fécule, transformée en sucre réducteur par le pancréas du porc en 1 heure à $+55^\circ$C., est de 44 pour 100, lorsqu'on fait agir $0^g,05$ de ce pancréas sur 1^g de fécule, alors qu'il n'est plus que de 38,4 pour 100 lorsqu'on fait agir cinq fois plus de ferment sur cinq fois plus de fécule dans le même espace de temps. En un mot, le coefficient de transformation de la fécule en sucre diminue au fur et à mesure que la quantité de produit à transformer augmente.

D'autre part, si l'on fait agir, sur une même proportion de fécule, pendant l'unité de temps, une quantité croissante de pancréas, la quantité de sucre produite ne dépasse pas 45 pour 100 et cette proportion s'abaisse également lorsqu'on augmente la proportion de fécule et tombe à 38,4 pour 100, même en présence d'un excès de ferment hydrolyseur.

Avec la pancréatine sèche on a les mêmes résultats.

Les formules officielles réglant l'essai amylolytique de la pancréatine exigent que 5^g de fécule, formant un total de 100^g d'empois, contiennent, après 1 heure d'hydrolyse à $+55^\circ$C., une quantité de sucre réducteur suffisante pour décolorer quatre fois son volume de liqueur cupropotassique titrée (dont $10^{cm^3} = 0^g,05$ de glycose), ce qui nécessite 2^g au moins de sucre réducteur; or, d'après le Tableau ci-dessus, 5^g de fécule, dans ces conditions, ne fournissent au maximum que $1^g,920$ de sucre réducteur; il faut agir sur 6^g de fécule pour obtenir la quantité de sucre réducteur exigée.

Pour faciliter le titrage des ferments amylolytiques, et en particulier l'amylase pancréatique, j'ai dressé le Tableau suivant, d'après la formule

$$\frac{F}{D} = T,$$

dans laquelle F représente le réactif fécule; D la diastase amylolytique; T le titre de cette diastase après 1 heure de digestion à 55°.

Prise d'essai — 0g,05. Réactif : fécule lavée et séchée à 38° C. = 5g.

Digestion : 1 heure à + 55° C.

Titre.	Diastase.	Titre.	Diastase.	Titre.	Diastase.	Titre.	Diastase.	Titre.	Diastase.
	g		g		g		g		g
1	5	39	0,1282	77	0,0649	250	0,0200	630	0,0079
2	2,50	40	0,125	78	0,0641	260	0,0192	640	0,0078
3	1,66	41	0,1219	79	0,0632	270	0,0185	650	0,0076
4	1,25	42	0,119	80	0,0625	280	0,0178	660	0,0075
5	1,00	43	0,116	81	0,0617	290	0,0172	670	0,0074
6	0,833	44	0,1136	82	0,0609	300	0,0166	680	0,0073
7	0,714	45	0,111	83	0,0602	310	0,0161	690	0,0072
8	0,625	46	0,1086	84	0,0595	320	0,0156	700	0,0071
9	0,555	47	0,1063	85	0,0588	330	0,0151	710	0,0070
10	0,500	48	0,104	86	0,0581	340	0,0147	720	0,0069
11	0,[illegible]54	49	0,102	87	0,0574	350	0,0142	730	0,0068
12	0,416	50	0,100	88	0,0568	360	0,0138	740	0,0067
13	0,3846	51	0,098	89	0,0561	370	0,0135	750	0,0066
14	0,357	52	0,096	90	0,0555	380	0,0131	760	0,0065
15	0,333	53	0,0943	91	0,0549	390	0,0128	770	0,00649
16	0,3125	54	0,0925	92	0,0543	400	0,0125	780	0,0064
17	0,294	55	0,0909	93	0,0537	410	0,0121	790	0,0063
18	0,277	56	0,0892	94	0,0531	420	0,0119	800	0,0062
19	0,263	57	0,0877	95	0,0526	430	0,0116	810	0,0061
20	0,250	58	0,0862	96	0,0520	440	0,0113	820	0,00605
21	0,238	59	0,0847	97	0,0515	450	0,0111	830	0,0060
22	0,227	60	0,0833	98	0,0510	460	0,0108	840	0,0059
23	0,217	61	0,0819	99	0,0505	470	0,0106	850	0,00588
24	0,208	62	0,0806	100	0,0500	480	0,0104	860	0,0058
25	0,200	63	0,0793	110	0,0454	490	0,0102	870	0,0057
26	0,192	64	0,0781	120	0,0416	500	0,0100	880	0,00568
27	0,185	65	0,0769	130	0,0384	510	0,0098	890	0,0056
28	0,1785	66	0,0757	140	0,0357	520	0,0096	900	0,0055
29	0,1724	67	0,0746	150	0,0333	530	0,0094	910	0,00549
30	0,166	68	0,0735	160	0,0312	540	0,0092	920	0,0054
31	0,161	69	0,0724	170	0,0294	550	0,0090	930	0,00537
32	0,156	70	0,0714	180	0,0277	560	0,0089	940	0,0053
33	0,1516	71	0,0704	190	0,0263	570	0,0087	950	0,00526
34	0,147	72	0,0695	200	0,0250	580	0,0086	960	0,0052
35	0,142	73	0,0684	210	0,0238	590	0,0084	970	0,00515
36	0,1388	74	0,0670	220	0,0227	600	0,0083	980	0,00509
37	0,135	75	0,0666	230	0,0217	610	0,0081	990	0,00505
38	0,1315	76	0,0657	240	0,0208	620	0,0080	1000	0,005

1000 = 0g,005.

GÉOLOGIE. — *Prolongement oriental de la formation ferrugineuse du synclinal de May (Calvados).* Note de M. L. CAYEUX, présentée par M. H. Douvillé.

Le bassin de May est connu de la façon la plus satisfaisante dans sa partie occidentale, depuis les travaux dont il a été l'objet de la part de MM. Lecornu ([1]) et Bigot ([2]). Nous savons qu'il dessine sur la rive droite de l'Orne un synclinal très dissymétrique, dont le flanc Sud plonge régulièrement au Nord d'environ 45°, tandis que le versant opposé est redressé jusqu'à la verticale, voire même renversé, et au surplus disloqué par une faille d'amplitude indéterminée en direction.

Le Silurien se prolonge-t-il très loin à l'Est, conserve-t-il la même allure, et la formation ferrugineuse, qu'on sait très belle à May, a-t-elle une grande extension? Ces questions ont été résolues dans la mesure où elles peuvent l'être avant la mise en exploitation du minerai, au cours d'une campagne de recherches entreprises sur mon conseil par différentes sociétés minières et métallurgiques (*Châtillon-Commentry*, *Pont-à-Vendin*, *Le Creusot*, *Les Aciéries de France*, etc.).

A la vérité, l'existence du minerai avait été démontrée à l'est du périmètre de la concession de May, jusqu'au village de Poussy compris. Mais à partir de la vallée de la Muance, nous avions devant nous l'inconnu. Une trentaine de sondages exécutés, en 1911 et 1912, sous la direction de M. Bardier, ingénieur civil des Mines, ont révélé les faits suivants :

1° Le bassin de May est beaucoup plus étendu qu'on ne le supposait. Son prolongement a été suivi jusqu'aux premiers contreforts oxfordiens, à l'est de la vallée de la Dives, où s'est arrêtée notre campagne.

2° L'allure du pli subit une double modification dans le domaine exploré. Sa largeur augmente, graduellement semble-t-il. Déjà triplée à l'est de la Muance, elle est quadruplée dans la vallée du Laizou et plus grande encore dans celle de la Dives. Des deux bords, le méridional est de beaucoup le plus dévié de sa direction première.

En même temps qu'il s'élargit, le bassin modifie son profil transversal du tout au tout. A l'Ouest, c'est-à-dire suivant le méridien de Fierville, le flanc Sud se relève

([1]) LECORNU, *Sur le Silurien des vallées de l'Orne* (*Bull. Soc. Linn. norm.*, 4e série, t. I, 1887, p. 19-33, 1 pl. — *Sur les plissements siluriens dans la région du Cotentin* (*Bull. Serv. Carte géol. Fr.*, t. IV, 1892, p. 397).

([2]) A. BIGOT, *Excursion géologique en Normandie* (*Livre-guide du VIIIe Cong. géol. int.*, Paris, 1900, 3e partie, *fig.* 12, p. 52). — *Le massif ancien de la Basse-Normandie et sa bordure* (*Bull. Soc. géol. de Fr.*, 4e série, t. IV, 1904, p. 914).

alors que celui du Nord se raplatit, si bien que le synclinal devient symétrique, avec des pentes d'environ 60°. Plus loin dans la région du Laizou, la cuvette est de nouveau déformée, mais cette fois le versant Sud, incliné de 45°, est plus relevé que celui du Nord dont la pente est tombée à 30°. Le long de la Dives, à l'Est, l'horizontalité des couches a été observée en deux points orientés N.-S. et distants de $3^{km},5$. Tout porte à croire que les bords de la bande, restés indéterminés dans cette partie du bassin, sont à la fois plus éloignés et plus aplatis qu'à l'Ouest. Enfin, le régime des couches plates, ou très faiblement inclinées, continue jusqu'à la vallée de la Nette qui marque actuellement la limite des connaissances du côté de l'Est.

L'image qui répond le mieux à ces transformations est celle d'un pli s'évasant peu à peu par un rabattement des flancs, poussé à un degré tel que l'horizontalité des couches paraît être la règle sur de grands espaces, à l'Est. Il se peut d'ailleurs que le phénomène se complique d'un dédoublement. Le seul indice qui puisse être interprété dans ce sens est la rencontre du grès de May au centre de la cuvette à Vieux-Fumé, dans des conditions impliquant l'existence soit d'un repli axial, soit d'une grande faille longitudinale.

Quant à la dislocation observée sur les bords de l'Orne, au nord de la bande silurienne, il est légitime d'en présumer la continuation au moins jusqu'à la vallée de la Muance, attendu qu'elle existe encore à Conteville où les travaux de Pont-à-Vendin l'ont rencontrée. Aucune trace n'en a été relevée, au delà, dans la partie élargie du synclinal.

3° Le Gothlandien, de rudimentaire qu'il est à l'Ouest, se développe et constitue un étage très puissant dont j'analyserai bientôt les caractères.

Cet ensemble de données, entièrement nouvelles, est loin de représenter la totalité des faits mis en lumière par notre exploration détaillée. Entreprise sous l'empire des vues théoriques que j'avais formulées, en 1909, à savoir que la formation minéralisée ordovicienne devait se prolonger sous le manteau des terrains secondaires (¹), cette exploration a été couronnée de succès; je veux dire que le minerai de fer exploitable a été rencontré à sa place ordinaire dans les schistes à Calymènes. Veut-on savoir dans quelle mesure l'importance économique du bassin de May se trouve accrue, grâce à la campagne de sondages des sociétés mentionnées plus haut, il suffit de rapprocher les données suivantes : exploité, jusqu'à présent, dans une seule localité, à May, sur le versant méridional, ce bassin se trouve aujourd'hui jalonné sur une quarantaine de kilomètres; autrement dit, sa longueur reconnue est maintenant *doublée*. En outre, le

(¹) L. Cayeux, *Les minerais de fer oolithique de France*. Fasc. 1 : *Minerais de fer primaires* (*Ét. des gîtes min. de la France*, 1904, p. 292-294). — *Prolongement des minerais de fer oolithique siluriens de la presqu'île armoricaine sous le Bassin de Paris* (*Comptes rendus*, t. 150, 1910, p. 134-135).

prolongement, défini par nos travaux, se rapproche graduellement du chemin de fer de Caen à Paris et le rejoint même à Canon, tout près de Mézidon. Par ailleurs, il traverse la ligne de Mézidon au Mans. Ce sont là, n'est-il pas vrai, des facteurs à prendre en considération pour apprécier à sa juste valeur la découverte de la partie orientale du bassin de May.

Si j'ajoute que l'étude micrographique des roches sédimentaires a été l'unique source des idées qui ont inspiré les recherches en question, on peut se convaincre de tout l'intérêt qu'il convient d'y attacher, au point de vue pratique.

La séance est levée à 4 heures.

G. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 4 mai 1914.

Ministère de l'Instruction publique. *Mission du Service géographique de l'Armée pour la mesure d'un arc de méridien équatorial en Amérique du Sud, sous le contrôle de l'Académie des Sciences*, 1899-1906; t. II, fasc. 1. — *Introduction générale aux travaux géodésiques et astronomiques primordiaux de la Mission. Notices sur les stations. Atlas.* Paris, Gauthier-Villars, 1913; 1 fasc. in-4°.

Ministère de l'Intérieur. Direction de l'Assistance et de l'Hygiène publiques. *Recueil des actes officiels et documents intéressant l'hygiène publique. Travaux du Conseil supérieur d'Hygiène publique de France;* t. XLI, année 1911. Melun, Imprimerie administrative, 1913; 1 vol. in-8°.

Le Maroc (numéro spécial de la *Revue générale des Sciences pures et appliquées;* 25e année, n° 7, 15 avril 1914.) Paris, Armand Colin; 1 fasc. in-4°.

Étude sur les mauvaises odeurs de la pièce d'eau des Suisses, à Versailles : nature, origine, causes, remèdes, par L. Matruchot et P. Desroche. Paris, Armand Colin, s. d.; 1 fasc. in-8°.

Le jeu, la chance et le hasard, par Louis Bachelier. Paris, Ernest Flammarion, 1914; 1 vol. in-12.

Sur la définition du litre et la densité de l'eau dans le Système métrique, par Richard de Baillehache. (Extr. des *Annales de Physique*, 9e série, t. I, avril 1914.) Paris, Masson et Cie; 1 fasc. in-8°.

Notes sur la psychologie des indigènes des Comores, par Laurent Moreau. (Extr. des *Archives d'Anthropologie criminelle;* 29e année, t. XXIX, n° 241, 15 janvier 1914.) Paris, Masson et Cie; Lyon, A. Rey; 1 fasc. in-8°.

A propos de la prophylaxie de la lèpre : les léproseries des îles Comores, par Laurent Moreau. (Extr. du *Bulletin de la Société de Pathologie exotique de France;* t. VII, n° 2, 11 février 1914.) Paris, Masson et Cie; 1 fasc. in-8°.

Publications relatives au Congo belge et aux régions voisines, année 1912-1913; annexe au Tome XL des *Annales de la Société géologique de Belgique*, fasc. 3. Liége, H. Vaillant-Carmanne, 1913; 1 fasc. in-8°.

Annales de l'Observatoire royal de Belgique; nouvelle série : *Annales astronomiques*, t. XIV, fasc. 1, publiées sous la direction de G. Lecointe. Bruxelles, Hayez, 1913; 1 fasc. in-4°.

Report of the Meteorological Service of Canada, Central Office, Toronto, *for the year ended* 31 *december* 1910, R.-F. Stupart, director, t. I-II. Ottawa, C.-H. Parmelee, 1914; 2 vol. in-4°.

Report of the Agricultural research Institute and College, Pusa, 1922-1913. Calcutta, 1914; 1 fasc. in-8°.